

## بررسی تغییرات انحناء بر حسب تغییر درجه حررات در صفحات کامپوزیتی دوپایداره

مسیح مر<sup>۱\*</sup>، احمد فیروزیان نژاد<sup>۲</sup>، سعید ضیایی راد<sup>۲</sup>، عبدالله عیدانی نژاد<sup>۱</sup>

۱. گروه مهندسی کشتی سازی، دانشکده مهندسی دریا، دانشگاه علوم و فنون دریایی خرمشهر

۲. دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان

تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۲/۲۸

تاریخ دریافت: ۱۳۹۴/۹/۷

شناسه دیجیتال (DOI): [10.22113/jmst.2016.14913](https://doi.org/10.22113/jmst.2016.14913)

### چکیده

مهم ترین مزیت سازه های چند پایداره همان گونه که از نام آن ها مشخص است پایداری آن ها در چندین وضعیت متفاوت می باشد. ساده ترین دسته از این سازه ها، سازه های دوپایداره (دارای دو حالت پایدار) می باشند. مهم ترین مزیت های این سازه ها این است که در دو حالت بدون کرنش و تغییر شکل یافته، کاملاً پایدارند و برای نگهداری سازه در هر یک از حالات پایداری نیاز به صرف هیچ گونه انرژی ای نمی باشد. ورق های مرکب لایه ای نامتقارن دارای پاسخ دو پایداره به انواع بارگذاری می باشند. در این مقاله، روابط غیرخطی دما- انحناء برای لمینیت های مرکب نامتقارن با استفاده از روش ریلی-ریتز مطالعه شده است. همچنین تأثیرات وابستگی حرارتی مواد و لایه های رزین مورد بررسی قرار گرفته است. نمونه ورق های مرکب با لایه چینی های متفاوت ساخته شده و با انجام آزمایش های حرارتی، ارتفاع نقطه میانی ورق مرکب با چینش های نامتقارن [۹۰/۰]، [۷۰/-۲۰] و [۷۰/۲۰] در دماهای مختلف اندازه گیری شد. این ارتفاع به کمک تئوری هیر و شبیه سازی اجزاء محدود نیز بدست آمد و پس از مقایسه با نتایج آزمایش های عملی همخوانی مناسبی بین نتایج حاصل شد. ضخامت حقیقی لایه های ورق مرکب و همچنین لایه های رزین با استفاده از میکروسکوپ نوری تعیین شده و در مدل سازی ها منظور گردیده اند.

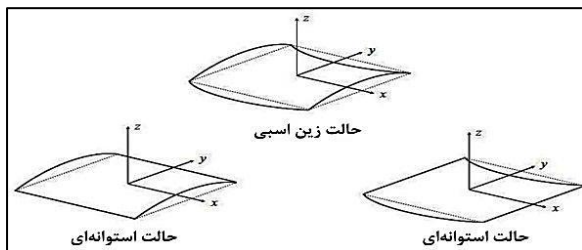
**واژگان کلیدی:** سازه های دوپایداره، ورق های مرکب نامتقارن، روش ریلی-ریتز، پاسخ حرارتی، ورق گرافیت/اپوکسی

## ۱. مقدمه

سازه‌های چند پایداره دسته‌ای از مواد مرکب‌اند که همان‌گونه که از نام آن‌ها مشخص است دارای چندین وضعیت پایداری متفاوت می‌باشند. ساده‌ترین دسته از سازه‌های چند پایداره، سازه‌های دوپایداره<sup>۱</sup> (دارای دو حالت پایدار) می‌باشند. مهم‌ترین مزیت این سازه‌ها این است که این سازه‌ها در دو حالت بدون کرنش و تغییر شکل یافته کاملاً پایدارند و برای نگهداری سازه در هر یک از حالات پایداری نیاز به صرف هیچگونه انرژی‌ای نمی‌باشد. سازه‌های دو پایداره کاربردهای فراوانی در صنایع و سازه‌های گوناگون مانند صنایع هوافضا، سازه‌های مورفینگ<sup>۲</sup>، بازتاباننده‌ها، دریافت‌کننده‌ها، پنل‌های خورشیدی، صنایع اتومبیل‌سازی و دریایی دارند.

داشت. علاوه بر آن ورق با انجام یک پرش ناگهانی<sup>۵</sup> از یک حالت پایدار به حالت پایدار دیگر تغییر شکل می‌دهد.

در سال‌های ۱۹۸۱ و ۱۹۸۲، Hyer با افزودن ترم‌های غیرخطی کرنش به تئوری لایه‌ای کلاسیک و استفاده از اصل کمینه‌سازی انرژی پتانسیل کل<sup>۶</sup> و روش ریلی-ریتز<sup>۷</sup> با حدس زدن یک میدان جابجایی مناسب به پیش بینی حالت تغییر شکل یافته ورق‌های مرکب مستطیلی غیرمتمقارن با چینش  $[0_n/90_n]$  تحت بارهای حرارتی پرداخت.



شکل ۱- حالت‌های زین اسبی و استوانه‌ای ورق مرکب غیرمتمقارن بعد از اعمال بارهای حرارتی

در واقع بوجود آمدن انحنا در ورق‌های مرکب لایه‌ای در اثر سرد شدن آن‌ها از دمای بالای پخت به دمای اتاق امری بدیهی می‌باشد. یک صفحه دوپایداره مرکب هنگامی تحت بارهای حرارتی قرار می‌گیرد به علت اختلاف در مشخصات مکانیکی و ضرایب انبساط حرارتی لایه‌ها، علاوه بر شکل زین اسبی<sup>۳</sup> که حالتی ناپایدار است و در عمل کمتر دیده می‌شود، دو شکل استوانه‌ای پایدار هم خواهد داشت. تئوری کلاسیک لایه‌ای به دلیل در نظر نگرفتن ترم‌های غیرخطی کرنش گرین قادر به پیش‌بینی حالت‌های استوانه‌ای نخواهد بود. تئوری لایه‌ای کلاسیک به علت خطی در نظر گرفتن کرنش‌ها حالت تغییر شکل یافته ورق را زین اسبی پیش‌بینی می‌کرد در حالی که Hyer (۱۹۸۱) در آزمایش‌های خود مشاهده کرد، با اعمال بارهای حرارتی، ورق دو شکل استوانه‌ای<sup>۴</sup> کاملاً پایدار (همان‌طور که در شکل ۱- نشان داده شده) خواهد

گردد. سازه‌های مورفینگ به سازه‌هایی گفته می‌شود که قابلیت تغییر شکل و خواص سازه‌ای بر اساس مشخصات کاری و در پاسخ به عوامل محیطی و نیروهای اعمالی را دارند.

<sup>۱</sup>Bi-stable Structures

<sup>۲</sup>Morphing structures: سازه مورفینگ به سازه‌هایی گفته می‌شود که قابلیت تغییر شکل و خواص سازه‌ای بر اساس مشخصات کاری و در پاسخ به عوامل محیطی و نیروهای اعمالی را دارند.

<sup>۳</sup>Saddle shape

<sup>۴</sup>Cylindrical shape

<sup>۵</sup>Snap-through

<sup>۶</sup>Principle of Minimum Total Potential Energy

<sup>۷</sup>Rayleigh-Ritz

<sup>۸</sup>Bifurcation point

روی سازه‌های مرکب دوپایداره انجام دادند آن‌ها دریافتند که تنش‌های پسماند ایجاد شده توسط تغییرات زاویه الیاف در حین فرآیند ساخت می‌تواند به داشتن چند حالت پایدار کمک کند. بنابراین آن‌ها حالت بهینه جهت گیری رشته‌ها و همچنین چینش لایه‌ها را در صفحات مرکب برای داشتن چند حالت پایدار بدست آوردند. Galletly (۲۰۰۴) با استفاده از روش انرژی و با در نظر گرفتن اثرات ممان‌ها و انحنای پیچشی به بررسی تیوب‌های درزدار مرکب دوپایداره برای دو مدل تیر و پوسته و بدست آوردن محدوده پایداری در آن‌ها پرداختند. آن‌ها اثراتی که اقبال در مطالعه خود در نظر نگرفته بود را در نظر گرفتند و نشان دادند که نتایج آن‌ها از هم‌خوانی بهتری با تئوری برخوردار است. Kebabze (2004) و همکاران با ایجاد تنش‌های پسماند، توسط فرایند ساخت روش جدیدی برای ساخت پوسته‌های دوپایداره غیر مرکب معرفی نمودند. آن‌ها روش ساخت پوسته‌های دوپایداره ایزوتروپیک را با بررسی پارامترهای گوناگون و تأثیرات آن‌ها بهینه‌سازی کردند. Gude (2006) با استفاده از روش ریلی-ریتز به بررسی فرایند تغییر شکل از یک حالت پایدار به حالت پایدار دیگر با استفاده از ماکرو فایبرهای کامپوزیت پیزوالکتریک<sup>۳</sup> پرداخته و نتایج حاصله را با نتایج تست عملی و نتایج حاصل از شبیه‌سازی با کمک نرم افزار اجزاء محدود انسیس<sup>۴</sup> مقایسه کردند. آن‌ها نیروی لازم جهت پرش از یک حالت پایدار به حالت پایدار دیگر را که می‌بایست توسط ماکرو فایبرهای کامپوزیت پیزوالکتریک تولید شود را برای ابعاد متفاوت صفحه با چینش‌های گوناگون لایه‌ها بدست آوردند. Tawfik (2007) به بررسی اثرات نسبت اندازه اضلاع و نسبت طول به ضخامت صفحات مستطیلی مرکب غیرمتمقارن تحت بارهای حرارتی با استفاده از نرم افزار آباکوس پرداخته و نقاط تعادل پایدار سازه را بدست آوردند. نتایج

جابجایی مناسب، شکل نهایی ورق‌های مرکب غیرمتمقارن با چینش لایه‌ها با هر زاویه دلخواه را مورد مطالعه قرار دادند. Schlecht و همکاران (۱۹۹۵) با استفاده از نرم افزار اجزاء محدود مارک<sup>۱</sup> به مطالعه پرش ناگهانی از یک حالت پایدار به حالت پایدار دیگر پرداخته و حالت استوانه‌ای تغییر شکل یافته را شبیه‌سازی کردند ولی بار بحرانی مورد نیاز برای انجام پرش را بدست نیاوردند. آن‌ها همچنین نتایج را با برنامه اجزاء محدودی که خود نوشته بودند مقایسه کردند که نتایج همخوانی خوبی داشت. Lovett (۱۹۹۶) نخستین سازه مرکب دوپایداره را به عنوان بازوی مکانیکی جهت حمل وسایل سنگین بازرسی طراحی کرد و با بررسی مدل اجزاء محدود و ساخت نمونه آزمایشگاهی اولین نمونه از سازه‌های دوپایداره مرکب را ساخت. Dano (۱۹۹۸) با حدس زدن میدان‌های کرنش درون صفحه به صورت چند جمله‌ای کامل درجه سه و همچنین بهبود حدس تئوری هیر برای جابجایی‌های خارج از صفحه موفق به توسعه تئوری هیر برای پیش‌بینی شکل نهایی صفحه مرکب با چینش لایه‌ها با زوایای دلخواه بعد از فرایند پخت شدند. تحقیقات آن‌ها نسبت به تحقیق انجام شده توسط Jun و همکارانش از هزینه محاسباتی کمتری برخوردار بود. Iqbal (۲۰۰۰) توسط یک مدل ساده تحلیلی و با استفاده از روش انرژی و طراحی مدل اجزاء محدود با استفاده از نرم افزار آباکوس<sup>۲</sup> به بررسی سازه‌های دوپایداره استوانه‌ای مرکب به عنوان لولا در سازه‌های گسترده شونده پرداختند. نقطه ضعف کار آن‌ها این بود که تنها برآیند نیروهای طولی را در مدل خود در نظر گرفتند و از ممان‌های پیچشی و انحنای پیچشی صرف‌نظر کردند. Hufenbach (۲۰۰۲) با استفاده از مدل اجزاء محدود با استفاده از نرم افزار آباکوس و با استفاده از تئوری هیر و با هدف مطالعه تنش‌های پسماند ناشی از فرآیند ساخت، تحقیقاتی بر

<sup>۱</sup> MFC<sup>۲</sup> Ansys<sup>۳</sup> Marc<sup>۴</sup> Abaqus

برای تمامی ورق‌ها مقادیر ویژه فرکانسی در حالتی که ورق کاملاً مغروق است حدود ۲۰ درصد کمتر از حالت خشک می‌باشد. همچنین فرکانس‌های ویژه ورق‌های کامپوزیتی از ورق‌های فلزی مشابه کمتر می‌باشد.

با توجه به توضیحات یاد شده هدف از این مقاله مطالعه و بررسی تغییرات انحناء برحسب تغییر درجه حرارت در صفحات کامپوزیتی دوپایداره می‌باشد. بدین منظور به بررسی پاسخ حرارتی صفحات مرکب غیرمتقارن با زوایای دلخواه پرداخته شده است. در واقع با استفاده از نرم افزار متلب برنامه‌ای برای بدست آوردن رابطه غیرخطی بین انحناء و درجه حرارت با در نظر گرفتن وابستگی حرارتی مواد و لایه‌های رزین با استفاده از تئوری هیر نوشته شده است. نتایج حاصله با نتایج شبیه‌سازی در نرم افزار المان محدود مقایسه و سازگاری مناسبی حاصل شده است. در نهایت سه نمونه ورق مرکب با زوایای [۹۰/۰]، [۷۰/-۲۰] و [۷۰/۲۰] ساخته و نتایج حل تئوری با نتایج حاصل از تست عملی صحت‌سنجی شده است.

همان‌طور که اشاره شد، هیر با افزودن ترم‌های غیرخطی کرنش به تئوری لایه‌ای کلاسیک و استفاده از اصل کمینه‌سازی انرژی پتانسیل کل و روش ریلی-ریتز با حدس زدن یک میدان جابجایی مناسب به پیش‌بینی حالت تغییر شکل یافته ورق‌های مرکب با چینش غیرمتقارن تحت بارهای حرارتی پرداخت. یکی از مزایای این روش فراهم‌سازی امکان مطالعه پارامتری مدل مدنظر می‌باشد. تحقیقات بیشماری مشابه به تئوری پیشنهادی هیر جهت پیش‌بینی حالت دقیق‌تر ورق مرکب صورت گرفته است. یکی از بهترین آن‌ها برای بهبود این تئوری توسط دانو و هیر (۱۹۹۸) جهت استفاده در ورق‌های مرکب نامتقارن انجام شده است. در واقع در روش ریلی-ریتز مهم‌ترین نکته انتخاب تقریبی دقیق برای توابع جابجایی می‌باشد. در این پژوهش نیز، این توابع برای بدست آوردن توابع کرنش جهت محاسبه انرژی کرنشی ورق مرکب استفاده می‌شود. نکته‌ی دیگر نیز این است که، در محاسبات تابع

حاصله را با نتایج تست عملی مقایسه و دریافتند که در نسبت طول به ضخامت کم، حالت تغییر شکل یافته ورق، زین‌اسبی و در نسبت طول به ضخامت زیاد، حالت تغییر شکل یافته ورق استوانه‌ای است. Diaconu (2009) فرایند دینامیکی تغییر شکل از یک حالت پایدار به حالت پایدار دیگر برای یک صفحه مستطیلی دوپایداره مرکب غیرمتقارن در اثر تحریک حرارتی با استفاده از روش ریلی-ریتز را مدل‌سازی نمودند. آن‌ها همچنین تأثیرات اینرسی و استهلاک در فرایند تغییر شکل از یک حالت پایدار به حالت پایدار دیگر را بدست آوردند. Arrieta (2009) به بررسی و مدل‌سازی رفتار دینامیکی غیرخطی صفحه‌های مرکب دوپایداره در اطراف نقاط تعادل با توجه به رفتار غیرخطی زیر هارمونیک<sup>۱</sup> آن‌ها پرداختند. در ادامه آن‌ها محدوده‌های گوناگون فرکانس طبیعی سیستم را در فرایند تغییر شکل از یک حالت پایدار به حالت پایدار دیگر بدست آورده و نتایج خود را با نتایج بدست آمده از آزمایش مقایسه کردند. Giddings (۲۰۱۰) با استفاده از روش اجزاء محدود به کمک نرم افزار انسیس پاسخ حرارتی صفحات مرکب دوپایداره با زوایای دلخواه را مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها برای نخستین بار ضخامت لایه رزین را در مدل‌سازی خود منظور نموده و میزان تغییر شکل ورق در مرکز آن را بررسی نمودند. Hong (2011) به بهینه‌سازی پروانه کامپوزیتی دریایی تحت جریان مغشوش به منظور کاهش ارتعاش و تنش‌های دینامیکی آن پرداختند. نتایج آن‌ها نشان داد که فرکانسهای طبیعی پروانه کامپوزیتی از پروانه فلزی مشابه کمتر می‌باشد. همچنین با انتخاب چینش بهینه برای پره‌ها می‌توان مشخصات فرکانسی و هیدرواستاتیکی آن‌ها ارتقاء داد. Stenius (۲۰۱۴) نیز مطالعه تجربی بر ورق‌های مستطیلی تحت بارگذاری ارتعاشی در شرایط مغروق و خشک انجام دادند. آن‌ها از مواد مختلف فلزی و کامپوزیتی استفاده کردند و نتایج آن‌ها نشان داد که

<sup>۱</sup>Subharmonic

در اینجا نیز طبق فرض‌های تئوری لایه‌ای کلاسیک از ترم‌های  $\varepsilon_{zz}$ ،  $\gamma_{xz}$  و  $\gamma_{yz}$  صرف‌نظر می‌شود. همچنین تمامی ترم‌های مرتبه بالا به غیر از ترم‌های  $\left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2$ ،  $\left(\frac{\partial w}{\partial y}\right)^2$  و  $\frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y}$  کوچک بوده و قابل چشم‌پوشی‌اند. با حذف آن‌ها معادلات معروف کرنش ون کارمن<sup>۱</sup> که در زیر ذکر شده‌اند، حاصل می‌شوند:

$$(۲)$$

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y}$$

با در نظر گرفتن روابط کرنش در صفحات مرکب (ردی-۲۰۰۴) که در زیر به طور اجمال ذکر شده‌اند:

$$(۳)$$

$$\varepsilon_{xx} = \varepsilon_{xx}^0 + z \kappa_{xx}^0$$

$$\varepsilon_{yy} = \varepsilon_{yy}^0 + z \kappa_{yy}^0$$

$$\gamma_{xy} = \gamma_{xy}^0 + z \kappa_{xy}^0$$

که در روابط (۳)،  $\varepsilon_{xx}^0$ ،  $\varepsilon_{yy}^0$  و  $\gamma_{xy}^0$  و  $\kappa_{xx}^0$ ،  $\kappa_{yy}^0$  و  $\kappa_{xy}^0$  ترم‌های کرنش و انحناء در صفحه میانی می‌باشند و:

$$(۴)$$

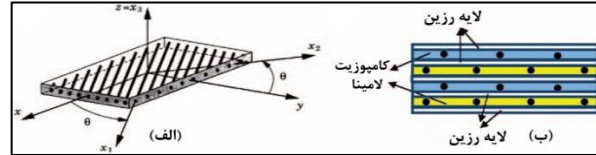
$$\varepsilon_{xx}^0 = \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_0}{\partial x} \right)^2 \quad \kappa_{xx}^0 = -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2}$$

$$\varepsilon_{yy}^0 = \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_0}{\partial y} \right)^2 \quad \kappa_{yy}^0 = -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2}$$

$$\gamma_{xy}^0 = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y} \quad \kappa_{xy}^0 = -2 \frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y}$$

که در مجموعه روابط (۴)،  $u_0$ ،  $v_0$  و  $w_0$  تغییر مکان نقطه‌ای دلخواه در صفحه میانی به ترتیب در راستاهای  $x$ ،  $y$  و  $z$  می‌باشند. تئوری هیر بر پایه روش ریلی-ریتز و کمینه‌سازی انرژی پتانسیل کل برای صفحه مرکب می‌باشد. او در تئوری خود به منظور پیش‌بینی حالت‌های استوانه‌ای از ترم‌های کرنش ون کارمن استفاده کرد و بدین وسیله اثرات غیرخطی بودن

انرژی پتانسیل کل، ترم کار خارجی وجود ندارد. بنابراین دانو و هیر به جای بدست آوردن تقریبی مناسب برای جابه‌جایی‌های ورق مرکب، مستقیماً تقریبی برای کرنش صفحه میانی ورق در دستگاه مختصات ورق (شکل-۲) بدست آوردند.



شکل ۲- الف: دستگاه مختصات و جهات اصلی ب: اجزاء ورق مرکب.

## ۲. مواد و روش‌ها

همان‌طور که قبلاً ذکر گردید یک صفحه دوپایداره مرکب هنگامی تحت بارهای حرارتی قرار می‌گیرد به علت اختلاف در مشخصات مکانیکی و ضرایب انبساط حرارتی لایه‌ها، علاوه بر شکل زین اسبی که حالتی ناپایدار است و در عمل کمتر دیده می‌شود، دو شکل استوانه‌ای پایدار هم خواهد داشت. تئوری کلاسیک لایه‌ای به دلیل در نظر نگرفتن ترم‌های غیرخطی کرنش گرین قادر به پیش‌بینی حالت‌های استوانه‌ای نخواهد بود. به منظور برطرف کردن این نقیصه در ابتدا تمامی ترم‌های کرنش گرین در نظر گرفته می‌شود (ردی-۲۰۰۴):

$$(۱)$$

$$\varepsilon_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 \right]$$

$$\varepsilon_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right]$$

$$\varepsilon_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{1}{2} \left[ \left( \frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right]$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial y}$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial z}$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \frac{\partial w}{\partial z}$$

<sup>۱</sup> Von Karman

حرارتی برای هر لایه می‌باشند.  $\Delta T$  نیز تغییرات درجه حرارت است.

لازم به تذکر است که در این پژوهش اثرات لایه‌های رزین نیز در نظر گرفته شده است. بنابراین در رابطه (۵) برای محاسبه انرژی لایه‌های رزین، رزین به صورت یک لایه ایزوتروپیک در نظر گرفته شده است.

(۵)

$$\Pi = \sum_{k=1}^n \int_{-\frac{L_x}{2}}^{\frac{L_x}{2}} \int_{-\frac{L_y}{2}}^{\frac{L_y}{2}} \int_{h_{k-1}}^{h_k} \left( \frac{1}{2} \bar{Q}_{11} \varepsilon_{xx}^2 + \bar{Q}_{12} \varepsilon_{xx} \varepsilon_{yy} + \bar{Q}_{16} \gamma_{xy} \varepsilon_{xx} + \frac{1}{2} \bar{Q}_{22} \varepsilon_{yy}^2 + \bar{Q}_{26} \gamma_{xy} \varepsilon_{yy} + \frac{1}{2} \bar{Q}_{66} \gamma_{xy}^2 - \right. \\ \left. - (\bar{Q}_{11} \alpha_{xx} + \bar{Q}_{12} \alpha_{yy} + \bar{Q}_{16} \alpha_{xy}) \varepsilon_{xx} \Delta T - (\bar{Q}_{12} \alpha_{xx} + \bar{Q}_{22} \alpha_{yy} + \bar{Q}_{26} \alpha_{xy}) \varepsilon_{yy} \Delta T - \right. \\ \left. - (\bar{Q}_{16} \alpha_{xx} + \bar{Q}_{26} \alpha_{yy} + \bar{Q}_{66} \alpha_{xy}) \gamma_{xy} \Delta T \right) dx dy dz$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx}^0 &= d_0 + d_1 x + d_2 y + d_3 x^2 + d_4 xy + \\ & d_5 y^2 + d_6 x^3 + d_7 x^2 y + d_8 xy^2 + d_9 y^3 \\ \varepsilon_{yy}^0 &= d_{10} + d_{11} x + d_{12} y + d_{13} x^2 + d_{14} xy + \\ & d_{15} y^2 + d_{16} x^3 + d_{17} x^2 y + d_{18} xy^2 + d_{19} y^3 \end{aligned} \quad (۶)$$

در روابط (۶)،  $d_0$  تا  $d_{19}$  مجهولاتی هستند که باید از طریق کمینه‌سازی انرژی پتانسیل کل حاصل شوند. از آنجایی که کرنش برشی درون صفحه‌ای می‌بایست سازگار با کرنش‌های  $\varepsilon_{xx}^0$  و  $\varepsilon_{yy}^0$  باشد، حدس زدن آن بسیار دشوار است. از این رو میدان جابجایی مناسبی بر اساس آزمایش‌های فراوانی که هیر برای مشاهده حالت تغییر شکل یافته ورق در صفحات غیر متقارن مرکب انجام داده است برای جابجایی‌های خارج از صفحه، صفحه میانی، حدس زده می‌شود. سپس با استفاده از این میدان و انتگرال‌گیری از توابع کرنش ذکر شده در روابط (۳) برای بدست آوردن میدان‌های جابه‌جایی درون صفحه‌ای تابع کرنش برشی حاصل می‌شود. این میدان جابه‌جایی به صورت زیر تخمین زده می‌شود:

(۷)

$$w_0(x, y) = \frac{1}{2} (ax^2 + by^2 + cxy)$$

کرنش را در تئوری خود وارد نمود. انرژی پتانسیل کل برای یک صفحه مرکب از رابطه (۵) حاصل می‌شود. که در رابطه (۵)،  $n$  تعداد لایه‌های صفحه مرکب،  $L_x$  و  $L_y$  به ترتیب طول و عرض صفحه،  $(h_k - h_{k-1})$  ضخامت هر لایه از صفحه،  $\bar{Q}_{ij}$  ترم‌های ماتریس سختی کاهش یافته برای هر لایه هستند که در روابط ذکر شده اند (ردی-۲۰۰۴).  $\alpha_{xy}$  و  $\alpha_{yy}$ ،  $\alpha_{xx}$  نیز ضرایب انبساط

علاوه بر این در این مقاله، ترم‌های ماتریس سختی کاهش یافته تابعی از دما در نظر گرفته شده‌اند که در ادامه چگونگی رابطه مشخصات مکانیکی گرافیت/اپوکسی نظیر مدول کشسانی، ضریب پواسون و مدول برشی و همچنین ضرایب انبساط حرارتی با دما ذکر خواهد شد. در روش ریلی-ریتر معمولاً میدان جابجایی متناسب با شرایط مرزی و نیرویی سیستم حدس زده می‌شود. برای پیش‌بینی پاسخ حرارتی یک صفحه مرکب نامتقارن با چینش زاویه‌دار لایه‌ها حدس زدن میدان جابجایی مناسب برای صفحه میانی در ورق مرکب حجم محاسبات ریاضی را بسیار افزایش خواهد داد. ولی در تئوری توسعه یافته هیر از آنجایی که در این مسئله هیچ نیروی خارجی به سیستم وارد نمی‌شود و حدس زدن میدان جابجایی مناسب برای صفحه میانی فقط برای محاسبه کرنش‌های صفحه میانی و جای‌گذاری در معادلات (۳) و سپس (۶) می‌باشد، مستقیماً کرنش‌های درون صفحه‌ای (صفحه  $x-y$ ) برای صفحه میانی حدس زده می‌شوند. این کرنش‌ها به صورت چند جمله‌ای‌های کامل درجه سه به صورت زیر حدس زده می‌شود:

Zها، این توابع به گونه‌ای انتخاب می‌شوند که میدان‌های جابه‌جایی درون صفحه به چند جمله‌ای‌های کامل از درجه سه تبدیل شوند. بدین ترتیب پس از انتگرال‌گیری:

$$u_0(x, y) = d_0x + A_1y + \frac{d_1}{2}x^2 + d_2xy + A_2y^2 + \left(\frac{d_3}{3} - \frac{a^2}{6}\right)x^3 + \left(\frac{d_4}{2} - \frac{ac}{4}\right)x^2y + \left(d_5 - \frac{c^2}{8}\right)xy^2 + A_3y^3 + \frac{d_6}{4}x^4 + \frac{d_7}{3}x^3y + \frac{d_8}{2}x^2y^2 + d_9xy^3 \quad (10)$$

$$v_0(x, y) = d_{10}y + A_4x + \frac{d_{12}}{2}y^2 + d_{11}xy + A_5x^2 + \left(\frac{d_{15}}{3} - \frac{b^2}{6}\right)y^3 + \left(\frac{d_{14}}{2} - \frac{bc}{4}\right)xy^2 + \left(d_{13} - \frac{c^2}{8}\right)x^2y + A_6x^3 + \frac{d_{19}}{4}y^4 + \frac{d_{18}}{3}xy^3 + \frac{d_{17}}{2}x^2y^2 + d_{16}x^3y$$

که در این روابط  $A_1$  تا  $A_6$  ثوابت حاصل از انتگرال‌گیری می‌باشند که  $A_4A_1$  فرض می‌شود. با داشتن میدان‌های جابه‌جایی درون صفحه از روابط (۱۰)، کرنش برشی درون صفحه‌ای، صفحه میانی، به راحتی محاسبه می‌گردد. بدین منظور با توجه به روابط (۴):

$$\gamma_{xy}^0 = \frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial w_0}{\partial x} \frac{\partial w_0}{\partial y} = 2d_{20} + (d_{21} + d_2)x + (d_{23} + d_{11})y + \left[\frac{1}{2}\left(\frac{ac}{2} + d_4\right) + d_{22}\right]x^2 + \left[\frac{1}{2}\left(\frac{bc}{2} + d_{14}\right) + d_{24}\right]y^2 + \left(ab - \frac{c^2}{4} + 2d_5 + 2d_{13}\right)xy + (3d_9 + d_{17})xy^2 + (3d_{16} + d_8)x^2y + \frac{d_7}{3}x^3 + \frac{d_{18}}{3}y^3 \quad (11)$$

که در این رابطه،  $A_1d_{20}$ ،  $= A_5d_{21}$ ،  $= 2A_6d_{22}$ ،  $= 2A_3d_{24}$ ،  $A_2d_{23}$  می‌باشد. بدین ترتیب در مجموع ۲۸ مجهول در روابط خود خواهیم داشت که باید از کمینه‌سازی انرژی پتانسیل کل بدست آیند. اکنون با جای‌گذاری مقادیر کرنش‌های  $\epsilon_{xx}^0$  و  $\epsilon_{yy}^0$  و همچنین  $\gamma_{xy}^0$  به ترتیب از روابط (۶) و (۱۱) و نیز مقادیر انحناء از روابط (۸) در روابط (۳)، مقادیر کرنش کل

در معادله (۷)  $a$ ،  $b$  و  $c$ ، نیز مجهولاتی هستند که باید از طریق کمینه‌سازی انرژی پتانسیل کل حاصل شوند و علاوه بر آن طبق روابط زیر بیان کننده قرینه مقادیر انحناء نیز در صفحه مرکب می‌باشند.

$$\begin{aligned} \kappa_{xx}^0 &= -\frac{\partial^2 w_0}{\partial x^2} = -a \\ \kappa_{yy}^0 &= -\frac{\partial^2 w_0}{\partial y^2} = -b \\ \kappa_{xy}^0 &= -2\frac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} = -c \end{aligned} \quad (8)$$

همان‌طور که از روابط (۸) مشخص است، در تئوری هیر انحناء در کل ورق ثابت در نظر گرفته می‌شود که این نکته مهم‌ترین ضعف تئوری هیر می‌باشد که باعث می‌شود این تئوری قادر به نمایش اثر لبه در صفحات مرکب نباشد. با استفاده از عبارات حدس زده شده برای کرنش‌های درون صفحه و همچنین میدان جابه‌جایی خارج از صفحه می‌توان میدان‌های جابه‌جایی درون صفحه را با توجه به روابط (۴) و با استفاده از روابط زیر بدست آورد:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_0}{\partial x} &= \epsilon_{xx}^0 - \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w_0}{\partial x}\right)^2 = d_0 + d_1x + d_2y + d_3x^2 + d_4xy + d_5y^2 + d_6x^3 + d_7x^2y + d_8xy^2 + d_9y^3 - \frac{1}{2}\left(ax + \frac{cy}{2}\right)^2 \\ \frac{\partial v_0}{\partial y} &= \epsilon_{yy}^0 - \frac{1}{2}\left(\frac{\partial w_0}{\partial y}\right)^2 = d_{10} + d_{11}x + d_{12}y + d_{13}x^2 + d_{14}xy + d_{15}y^2 + d_{16}x^3 + d_{17}x^2y + d_{18}xy^2 + d_{19}y^3 - \frac{1}{2}\left(by + \frac{cx}{2}\right)^2 \end{aligned} \quad (9)$$

با انتگرال‌گیری از روابط فوق نسبت به  $x$  و  $y$  میدان‌های جابه‌جایی درون صفحه  $u_0(x, y)$  و  $v_0(x, y)$  حاصل خواهد شد. این انتگرال‌گیری مجهولاتی را به روابط اضافه خواهند کرد. این مجهولات به شکل توابع چند جمله‌ای به ترتیب بر حسب  $x$  و  $y$  در میدان‌های جابه‌جایی  $u_0(x, y)$  و  $v_0(x, y)$  خواهند بود. به منظور حذف کردن چرخش صلب صفحه حول محور

انرژی در نقاط متناظر با جواب‌ها را حساب کرده و ژاکوبین<sup>۲</sup> ماتریس ضرایب در نقاط متناظر با جواب‌های حالت پایدار باید مثبت باشد. در نتیجه لازم است ژاکوبین ماتریس ضرایب را در نقاط متناظر با جواب‌ها به صورت زیر تشکیل گردد:

$$J = \frac{\partial(f_1, f_2, f_3, \dots, f_{28})}{\partial(a, b, c, d_0, \dots, d_{24})} \quad (15)$$

اگر مقدار ژاکوبین، رابطه (۱۵)، مثبت باشد، آن جواب بیان کننده حالت پایدار سیستم است. از آنجایی که در اکثر موارد این دستگاه دارای چند جواب می‌باشد، در حل آن با روش‌های عددی در بسیاری از موارد با مشکل ناهمگرایی و یا جواب‌های غیر منطقی بوجود خواهد آمد. از این رو انتخاب حدس اولیه مناسب برای حل آن و بدست آوردن جواب‌های منطقی بسیار ضروری است. در این پژوهش صفحات بررسی شده به خانواده کلی  $[\theta/-\theta]$  تقسیم می‌شوند. روند انتخاب حدس اولیه به این گونه می‌باشد که برای خانواده اول ابتدا دستگاه معادلات را برای ورق  $[90/0]$  که زوایا لایه‌ها متقاطع می‌باشند و معادلات بسیار ساده‌تر هستند، با در نظر گرفتن تغییرات دمای صفر ( $\Delta T=0$ ) با حدس اولیه صفر حل می‌شود. سپس زاویه  $\theta$  را بسیار تدریجی کم یا زیاد کرده تا زوایای مطلوب حاصل شود. حدس اولیه برای هر مرحله افزایش یا کاهش  $\theta$ ، جواب‌های دستگاه در مرحله قبل می‌باشد. این فرایند به همین نحو ادامه پیدا می‌کند تا پس از رسیدن به زاویه مطلوب به تدریج شروع به افزایش اختلاف دما می‌کنیم. در این مرحله نیز مانند مرحله قبل حدس اولیه در هر مرحله جواب دستگاه در مرحله قبل می‌باشد. لازم به تذکر است که در هر مرحله افزایش اختلاف دما، پایداری جواب‌ها با استفاده از معادله (۱۵) بررسی می‌شود. در این مقاله نتایج در نهایت با نتایج حاصل از تست عملی اعتبارسنجی

برای یک صفحه مرکب حاصل می‌شوند. با جای‌گذاری این کرنش‌ها در رابطه انرژی پتانسیل کل، رابطه (۵)، پس از انتگرال‌گیری و محاسبه مجموع انرژی لایه‌ها می‌توان انرژی پتانسیل کل را به صورت تابعی از ۲۸ مجهول ذکر شده و همچنین تغییرات درجه حرارت،  $\Delta T$ ، محاسبه کرد. پس:

$$\Pi = \Pi(\Delta T, a, b, c, d_i) \quad , i=0:24 \quad (12)$$

برای یافتن مجهولات، تغییرات تابع  $\Pi$  را نسبت به هر یک از ۲۸ مجهول حساب کرده، به عبارت دیگر:

$$\delta \Pi = \frac{\partial \Pi}{\partial x_i} \delta x_i = 0 \quad , i=1:28 \quad (13)$$

که در رابطه فوق منظور از  $x_i$ ، ۲۸ مجهول ذکر شده در بالا می‌باشند. برای برقراری رابطه فوق لازم است که تک تک جملات آن برابر صفر باشند. در نتیجه یک دستگاه ۲۸ معادله، ۲۸ مجهول غیرخطی بدست می‌آید که معادلات آن عبارتند از:

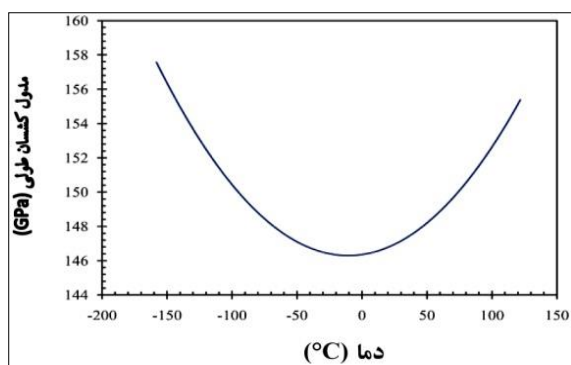
$$f_i = \frac{\partial \Pi}{\partial x_i} = 0 \quad , i=1:28 \quad (14)$$

که در رابطه (۱۴) منظور از  $x_i$ ، ۲۸ مجهول ذکر شده می‌باشند. با حل دستگاه ۲۸ معادله، ۲۸ مجهول غیرخطی حاصل برحسب تغییرات دما،  $\Delta T$ ، با استفاده از برنامه ویژه نوشته شده در نرم افزار متلب<sup>۱</sup> مجهولات بدست خواهند آمد. با بدست آمدن مقادیر انحناء،  $a$ ،  $b$  و  $c$  و جای‌گذاری در رابطه (۷)، می‌توان حالت‌های متفاوت تغییر شکل یافته ورق را مشاهده نمود. از آنجایی که در بیشتر موارد ورق دو حالت پایدار و یک حالت ناپایدار دارد، اغلب بیش از یک جواب برای انحناء وجود خواهد داشت که متناظر با حالت‌های متفاوت پایدار و غیر پایدار ورق می‌باشند. برای تشخیص اینکه کدام جواب‌ها متناظر با حالت‌های پایدار و کدام یک متناظر با حالت غیر پایدار می‌باشد لازم است که ماتریس ضرایب دستگاه ۲۸ معادله، ۲۸ مجهول، در نقاط متناظر با جواب‌های حالت پایدار، مثبت معین باشد. یا به عبارتی دیگر تغییرات دوم تابع

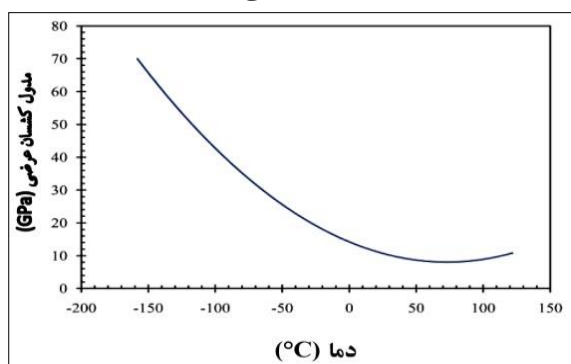
<sup>۱</sup>Jacobian<sup>۲</sup>Matlab



لازم به تذکر است همان‌گونه که قبلاً ذکر شد بیشترین دمای تست شده در آزمایشات هیر  $121^{\circ}\text{C}$  بود، اما در این مقاله بیشترین دما  $180^{\circ}\text{C}$  می‌باشد. از این رو با توجه به نتایج آزمایشات یوهاس در مورد نمونه‌های مرکب گرافیت/اپوکسی، برای پر کردن فاصله بین  $121^{\circ}\text{C}$  تا  $180^{\circ}\text{C}$ ، نتایج آزمایشات هیر برون‌یابی شده‌اند. در شکل‌های زیر مشخصات مکانیکی و ضریب انبساط حرارتی ماده مرکب گرافیت/اپوکسی T300/5208 و رزین اپوکسی نشان داده شده است. همان‌گونه که از شکل ۳- مشخص است، مدول کشسان طولی هم در دماهای بالا و هم در دماهای پایین بیشتر از مقدار آن در دمای محیط می‌باشند. از آنجایی که مشخصات ایاف تقریباً مستقل از دما می‌باشند، وابستگی دمایی مشخصات ماده مرکب بیشتر به دلیل ماتریس می‌باشد.



شکل ۳- مدول کشسان طولی بر حسب دما برای ماده مرکب گرافیت/اپوکسی T300/5208



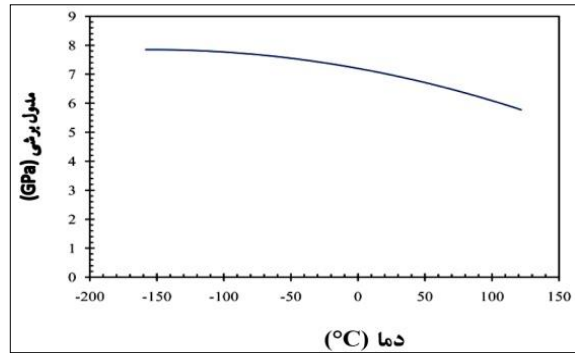
شکل ۴- مدول کشسان عرضی بر حسب دما برای ماده مرکب گرافیت/اپوکسی T300/5208

شده‌اند. به همین منظور چندین نمونه ورق مرکب از جنس گرافیت-اپوکسی T300/5208 با چینش‌های غیرمتقارن [۹۰/۰]، [۷۰/-۲۰] و [۷۰/۲۰] ساخته شد. خواص الاستیک و حرارتی گرافیت/اپوکسی T300/5208 در بازه دمایی گسترده‌ای توسط هیر تعیین شده است. هیر و همکارانش در سال ۱۹۸۳ تأثیر تغییرات دما در محدوده  $(116\text{ K})$  تا  $157^{\circ}\text{C}$  تا  $(394\text{ K})$   $121^{\circ}\text{C}$  را بر ثوابت کشسان، ضرایب انبساط حرارتی و استحکام نهایی گرافیت/اپوکسی T300/5208 به کمک انجام تست‌های متعدد مکانیکی مشخص نمودند. همچنین یوهاس و ایزاکسون در سال ۱۹۸۸ با کمک تست‌های آلتراسونیک و با استفاده از رابطه بین سرعت انتشار امواج صوتی در یک جهت مشخص و ثوابت کشسان ماده، مشخصات مکانیکی ماده مرکب گرافیت/اپوکسی و همچنین رزین اپوکسی را در بازه دمایی  $23^{\circ}\text{C}$  تا  $325^{\circ}\text{C}$  تعیین نمودند. در آزمایشات هیر تعداد زیادی از نمونه‌های یک جهته از جنس گرافیت/اپوکسی T300/5208 با زوایای عملی در یک کوره محیطی و با استفاده از یک نگهدارنده ویژه که برای اعمال نیرو درون کوره طراحی شده بود انجام شد. کوره از المان‌های مقاومتی برای گرم کردن و همچنین از نیتروژن مایع برای سرد کردن نمونه‌ها در حین آزمایشات استفاده می‌کرد. برای اندازه‌گیری کرنش‌ها از کرنش‌سنج‌های ویژه که با استفاده از چسب‌های مخصوص به نمونه‌ها چسبیده بود استفاده شد. یوهاس نیز همان‌گونه که ذکر شد، با انجام تست‌های آلتراسونیک در دماهای بالا مدول کشسانی رزین اپوکسی را در دماهای مختلف بدست آورد. از آنجایی که تاکنون تحقیقی در مورد تعیین نحوه تابعیت دمایی به طور مشخص رزین اپوکسی 5208 انجام نشده و امکانات انجام تست نیز مهیا نبود، نتایج آزمایشات یوهاس در مورد رزین اپوکسی در این مقاله مورد استفاده قرار گرفته است. نتایج آزمایشات هیر و یوهاس در شکل ۳ تا ۸ نشان داده شده است.

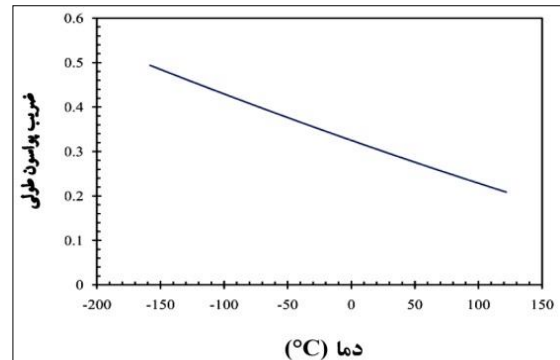
این نکته حائز اهمیت می‌باشد که برای بدست آوردن مشخصات طولی ماده مرکب از نمونه یک جهته [۰] استفاده شده است. شکل-۴ مدول کشسان عرضی بر حسب دما را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشخص است مقادیر آن در دماهای پایین بیش از مقدار آن در دمای محیط می‌باشد، این امر بدان دلیل است که مشخصات ماده مرکب در این جهت بیشتر تحت تأثیر مشخصات ماتریس می‌باشد. مدول برشی نیز از رابطه ذکر شده در مرجع (Hyer-۱۹۸۳) و تست نمونه [۴۵] بدست آمده، همان‌گونه که از شکل-۵ مشخص است، با افزایش دما مدول برشی کاهش می‌یابد. همان‌طور که در شکل-۶ نشان داده شده است، با افزایش دما ضریب پواسون طولی به صورت خطی کاهش می‌یابد. مهم‌ترین مشخصه ورق‌های مرکب دوپایداره در تعیین شکل ورق پس از فرآیند پخت، ضرایب انبساط حرارتی می‌باشند. هیر در آزمایشات خود از روش‌های نوری برای اندازه‌گیری کرنش‌ها برای تعیین ضریب انبساط حرارتی استفاده کرد که نتایج آن در شکل-۷ نشان داده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود ضریب انبساط حرارتی طولی تغییرات غیر خطی قابل ملاحظه‌ای نسبت به دما دارد. و در نهایت در شکل-۸ مشاهده می‌شود که با افزایش دما مدول کشسان رزین اپوکسی کاهش می‌یابد. این نکته قابل ذکر می‌باشد که سایر مشخصات مکانیکی و حرارتی ماده مرکب گرافیت/اپوکسی و رزین نسبت به دما ثابت فرض شده‌اند که مقادیر آن‌ها در جدول-۱ ذکر شده است.

جدول ۱- مشخصات مکانیکی و حرارتی مستقل از دما برای ماده مرکب گرافیت - اپوکسی T300/5208 و رزین اپوکسی

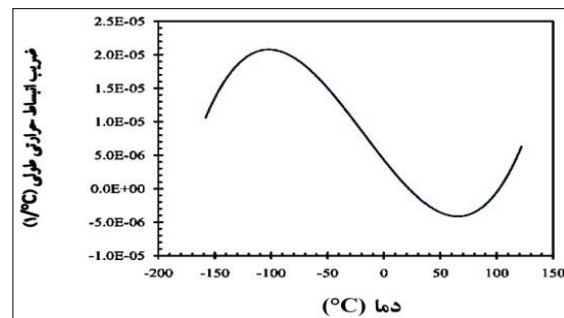
مقدار	مشخصه
۰/۰۲۲۵	*مدول برشی عرضی (GPa)
۰/۰۱	*ضریب پواسون عرضی
$2 \times 10^{-5}$	ضریب انبساط حرارتی عرضی ( $1/^\circ\text{C}$ )



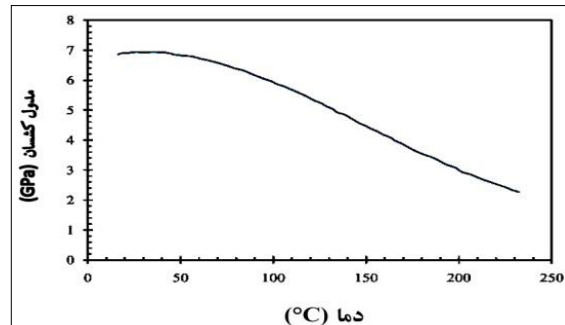
شکل ۵- مدول برشی بر حسب دما برای ماده مرکب گرافیت/اپوکسی T300/5208



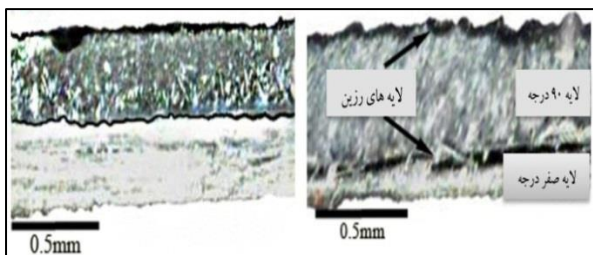
شکل ۶- ضریب پواسون طولی بر حسب دما برای ماده مرکب گرافیت - اپوکسی T300/5208



شکل ۷- ضریب انبساط حرارتی طولی بر حسب دما برای ماده مرکب گرافیت - اپوکسی T300/5208



شکل ۸- مدول کشسان بر حسب دما برای رزین اپوکسی



شکل ۹- نمونه عکس از مقطع یک ورق [۹۰/۰] با بزرگنمایی ۵۰ برابر

جهت اطمینان از صحت نتایج حاصل از روش تحلیلی در محاسبه تغییرات انحناء ورق‌های مرکب چندین مدل در نرم افزار آباکوس ساخته شده است. مشخصات ضخامت ورق‌ها در مدل‌های مختلف در جدول ۲- برای ورق مربعی نشان داده شده است. مدل ساخته شده در نرم افزار آباکوس برای بررسی روابط انحناء برحسب دما، یک صفحه مربعی با طول ضلع ۱۵۰ میلی-متر می‌باشد.

\*\*ضریب پواسون رزین  
 \*\*ضریب انبساط حرارتی رزین  
 (1/°C)

\*مقدار نشان داده شده از مرجع گیدینگ (۲۰۱۰) ذکر گردیده است.

\*\*مقادیر نشان داده شده از مرجع کاو (۲۰۰۶) ذکر گردیده‌اند.

در شکل ۹- دو نمونه از عکس‌های گرفته شده از مقاطع مختلف یک ورق [۹۰/۰] که با میکروسکوپ نوری عکس‌برداری گردیده، با بزرگنمایی ۵۰ برابر نشان داده شده است.

جدول ۲- مشخصات مدل‌های مختلف مورد مطالعه و ضخامت لایه‌های گوناگون ماده مرکب و لایه‌های رزین

مشخصات مدل‌ها	مدل یک	مدل دو	مدل سوم
ضخامت لایه رزین	ندارد	ندارد	دارد
وابستگی دمایی مواد	ندارد	دارد	دارد
ضخامت لایه بالایی رزین (mm)	-	-	۰/۰۳۱۷۵
ضخامت لایه بالایی ماده مرکب (mm)	۰/۳۶۵	۰/۳۶۵	۰/۳۵۴۵
ضخامت لایه میانی رزین (mm)	-	-	۰/۰۱۳۲۵
ضخامت لایه پایینی ماده مرکب (mm)	۰/۳۶۵	۰/۳۶۵	۰/۳۳۱
ضخامت کل ورق (mm)	۰/۷۳	۰/۷۳	۰/۷۳

المان‌های پوسته مربعی چهار نقطه‌ای<sup>۲</sup> که هر نقطه آن شش درجه آزادی (سه درجه آزادی جابه‌جایی و سه درجه آزادی چرخش)، دارند، با انتگرال‌گیری کاهش

چینش‌های مدل شده در ادامه ذکر خواهند شد. برای حل مسئله یک شبکه<sup>۱</sup> بندی ۱۵×۱۵ و در مجموع ۲۵۰ المان انتخاب شده است. المان‌های انتخاب شده،

<sup>۲</sup> S4R

<sup>۱</sup> mesh

یافته<sup>۱</sup> می‌باشند. همچنین گزینه مربوط به غیرخطی بودن تغییرات هندسه برای بررسی جابه‌جایی‌های بزرگ مورد استفاده قرار گرفته است. برای بدست آوردن تغییرات انحناء بر حسب دما تمامی درجات آزادی ورق در نقطه میانی آن صفر در نظر گرفته می‌شود. (تمامی درجات آزادی در نقطه میانی آن بسته شده اند). ورق تحت تغییرات دما از  $180^{\circ}\text{C}$  تا  $25^{\circ}\text{C}$  قرار می‌گیرد. مقادیر انحناء در کل نقاط شبکه‌بندی متوسط‌گیری می‌شود و مقدار متوسط به عنوان انحنای ورق معرفی می‌گردد. این نکته قابل ذکر می‌باشد که به علت عدم یکسان بودن ضخامت لایه‌ها و همچنین مدل کردن لایه‌های رزین، در شبیه‌سازی‌های اجزاء محدود ورق همواره یک حالت پایدار مشخص از خود نشان می‌دهد. برای شبیه‌سازی کردن حالت پایدار دوم می‌بایست ورق به سمت آن حالت پایدار سوق داده شود. روش‌های مختلفی برای این کار وجود دارد که یکی از آن‌ها اعمال نقص<sup>۲</sup> هندسی به ورق می‌باشد. میزان این نقص هندسی معمولاً از حل مسئله کمانش خطی ورق حاصل می‌شود. ولی در این مقاله برای سوق دادن ورق به سمت حالت پایدار دوم از یک نیروی بسیار کوچک که در  $5^{\circ}\text{C}$  اول تغییر درجه حرارت به چهار گوشه ورق اعمال می‌شود استفاده شده است. مقدار این نیرو به حدی است که ورق در ادامه تغییرات درجه حرارت به سمت حالت مطلوب تغییر شکل دهد. لازم به تذکر است که در شبیه‌سازی‌های اجزاء محدود به علت مدل کردن لایه‌های رزین و یکسان نبودن ضخامت لایه‌های ورق، شبیه‌سازی حالت ناپایدار امکان‌پذیر نمی‌باشد. جهت بررسی رابطه انحناء- دما سه مدل مختلف ساخته شده است. در مدل اول تمامی مشخصات مکانیکی و حرارتی ماده مستقل از دما در نظر گرفته می‌شوند مقادیر آن‌ها، معادل مقدار آن‌ها در دمای محیط  $25^{\circ}\text{C}$  در نظر گرفته می‌شود، همچنین در این مدل لایه‌های رزین نیز در نظر گرفته نمی‌شوند و کل

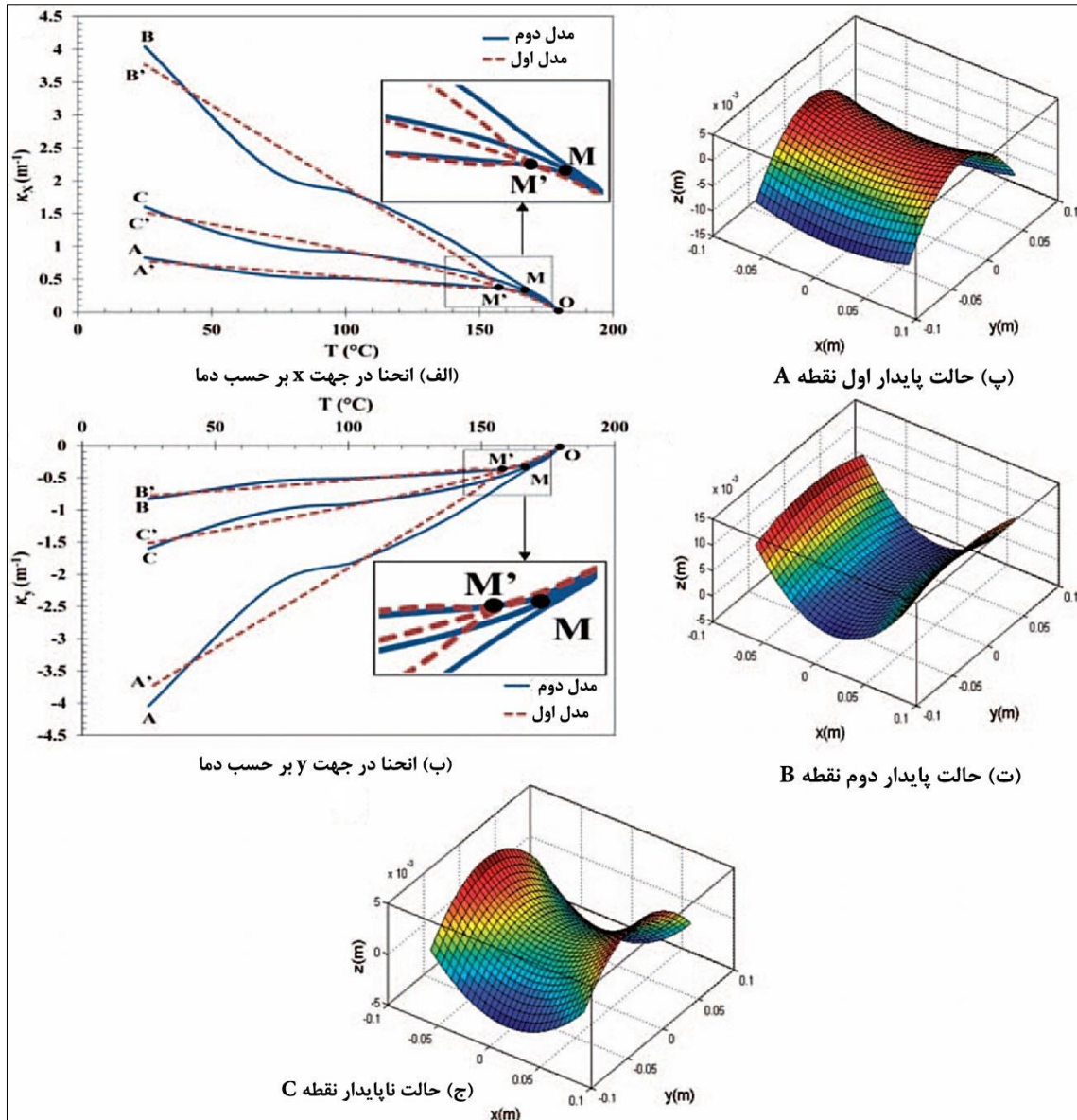
ضخامت ورق به دو قسمت مساوی تقسیم می‌شود. بنابراین برای شبیه‌سازی اجزاء محدود جهت تعیین حالت‌های اول و دوم پایداری، یک نقص مصنوعی باید به ورق اعمال شود تا به شکل استوانه‌ای همگرا شود. در مدل دوم، وابستگی حرارتی مشخصات مکانیکی و حرارتی مواد در نظر گرفته شده ولی لایه‌های رزین هم‌چنان در نظر گرفته نمی‌شوند. در مدل سوم، هم‌وابستگی دمایی مواد و هم وجود لایه‌های رزین در نظر گرفته شده‌است، تغییر ضخامت در لایه‌ها نیز لحاظ شده است. در نظر گرفتن تفاوت در ضخامت لایه‌ها و همچنین اثرات لایه‌های رزین باعث می‌شود در شبیه‌سازی اجزاء محدود ورق بعد از اعمال بارهای حرارتی بدون اعمال نقص به حالت پایداری خود همگرا شود.

### ۳. نتایج

در این قسمت بررسی اثر وابستگی دمایی مواد بر روابط انحناء و دما برای چینش‌های  $[90/0]$ ،  $[70/-20]$  و  $[70/20]$  با استفاده از مدل‌های یک و دو مدنظر می‌باشد. روابط بین انحناء و دما برای چینش  $[90/0]$  در شکل-۱۰ نشان داده شده است. شکل‌های ۱۰-الف و ۱۰-ب به ترتیب روابط بین انحناء در جهت x و انحناء در جهت y بر حسب دما را نشان می‌دهند. ذکر این نکته لازم است که انحنای پیچشی برای چینش  $[90/0]$  صفر می‌باشد. همان‌طور که در شکل‌های ۱۰-الف و ۱۰-ب مشخص است با کاهش دما از دمای پخت، انحناء در جهت x، شکل ۱۰-الف، در هر دو مدل یک و دو به ترتیب، در مسیره‌های OM و OM' افزایش می‌یابد. انحناء در جهت y نیز با کاهش دما از دمای پخت در هر دو مدل یک و دو، در جهت منفی افزایش می‌یابد؛ همان‌گونه که در شکل ۱۰-ب، مسیره‌های OM و OM' مشخص هستند.

<sup>1</sup> Reduced integration

<sup>2</sup>imperfection



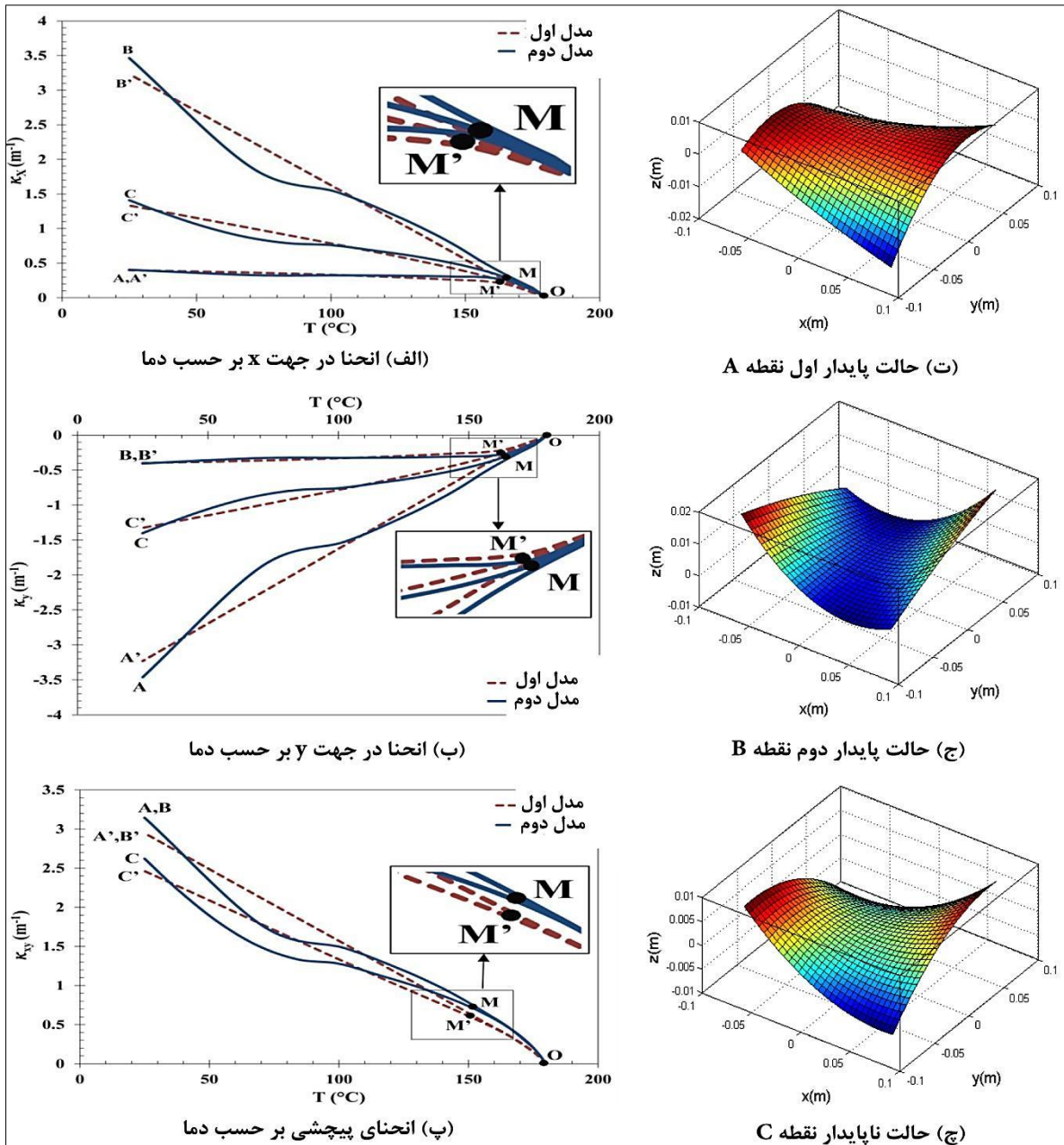
شکل ۱۰- روابط انحناء برحسب دما برای ورق مرکب با چینش [۹۰/۰]

پایداری که در شکل ۱۰- پ نشان داده شده است. از طرف دیگر در مسیرهای MB و M'B' مشاهده می شود که در دمای محیط انحناء در جهت X بسیار بیشتر از انحناء در جهت Y می باشد. نقطه B متناظر با حالت دوم پایدار است که در شکل ۱۰- ت نشان داده شده است. در مسیرهای MC و M'C' انحناء در جهت های X و Y از نظر بزرگی به یک میزان افزایش می یابند، ولی انحناء در جهت Y در جهت منفی افزایش می یابد. نقطه C متناظر با حالت ناپایدار است که در شکل ۱۰- ج نشان داده شده است. همان طور که از شکل ۱۰- مشخص است در حالات پایدار شکل ورق

نقاط M' در مدل یک و M در مدل دو، نقاط انشعاب هستند. در این نقاط روابط انحناء- دما به سه جواب ممکن منشعب می شوند. محدوده انشعاب برای انحناء در جهات X و Y در شکل های ۱۰- الف و ۱۰- ب، به صورت بزرگ شده نشان داده شده اند. با کاهش بیشتر دما در مسیرهای MA و M'A' مشاهده می شود که انحناء در جهت X با نرخ بسیار کمی افزایش می یابد، در حالی که انحناء در جهت Y با نرخ بسیار بیشتری ولی در جهت منفی افزایش می یابد به گونه ای که در دمای محیط انحناء در جهت Y چند برابر انحناء در جهت X می باشد. نقطه A متناظر است با حالت اول

وابستگی حرارتی مواد لحاظ نشده است انشعاب در دمای  $156^{\circ}\text{C}$  رخ می‌دهد. علاوه بر آن رفتار غیرخطی ماده در حین تغییر شکل در مدل دو به وضوح مشخص است.

استوانه‌ای است، این در حالی است که در حالت ناپایدار شکل ورق زین اسبی می‌باشد. همان‌گونه که در شکل ۱۰- ملاحظه می‌شود در مدل دو که وابستگی حرارتی مواد مدل شده است انشعاب در دمای  $168^{\circ}\text{C}$  رخ می‌دهد، در صورتی که در مدل یک که



شکل ۱۱- روابط انحناء بر حسب دما برای ورق مرکب با چینش [۷۰/-۲۰]

نمودارهای انحناء در جهت  $x$ ، انحناء در جهت  $y$  و انحنای پیچشی بر حسب دما را نشان می‌دهند. همان‌گونه که در شکل‌های ۱۱-الف و ۱۱-ب نمایان است،

نمودارهای انحناء بر حسب دما برای ورق مرکب با چینش [۷۰/-۲۰] در شکل ۱۱- نشان داده شده‌اند. شکل‌های ۱۱-الف، ۱۱-ب و ۱۱-پ به ترتیب

غیرخطی ماده در حین تغییر شکل در مدل دو به وضوح دیده است.

مواد مدل شده است انشعاب در دمای  $168^{\circ}\text{C}$  رخ می‌دهد، در صورتی که در مدل یک که وابستگی حرارتی مواد لحاظ نشده است انشعاب در دمای  $156^{\circ}\text{C}$  رخ می‌دهد. علاوه بر آن رفتار غیرخطی ماده در حین تغییر شکل در مدل دو به وضوح مشخص است.

در شکل ۱۲- روابط انحناء برحسب دما برای ورق مرکب با چینش  $[70/20]$  نشان داده شده است. مانند قبل شکل‌های ۱۲-الف، ۱۲-ب و ۱۲-پ به ترتیب انحناء در جهت  $x$ ، انحناء در جهت  $y$  و انحنای پیچشی را برحسب دما در ورق  $[70/20]$  را نشان می‌دهند. همان‌گونه که در شکل ۱۲-مشخص است، با کاهش دما از دمای پخت، انحناء در جهات  $x$  و  $y$  هر دو، در هر دو مدل یک و دو به ترتیب، در طول مسیرهای  $OM'$  و  $OM$  افزایش می‌یابند ولی انحنای پیچشی تا نقطه  $M$  برای چینش  $[70/20]$  ابتدا اندکی از یکدیگر منشعب شده ولی دوباره همگرا می‌شود همان‌گونه که در شکل ۱۲-پ مشخص است.

نقاط  $M'$  و  $M$ ، همانند قبل نقاط انشعاب در مدل‌های یک و دو هستند. محدوده انشعاب برای انحناء در جهات  $x$  و  $y$  و همچنین انحنای پیچشی در شکل‌های ۱۲-الف، ۱۲-ب و ۱۲-پ به صورت بزرگ شده نشان داده شده‌اند. برخلاف قبل با کاهش بیشتر دما در مسیرهای  $MA$  و  $M'A'$  مشاهده می‌شود که انحناء در جهت  $x$  با نرخ نسبتاً زیادی در جهت منفی افزایش می‌یابد، در حالی که انحناء در جهت  $y$  با نرخ بسیار کوچکتری نسبت به انحناء در جهت  $x$  ولی در جهت مثبت افزایش پیدا می‌کند. انحنای پیچشی نیز مانند انحناء در جهت  $y$  با کاهش بیشتر دما، در جهت مثبت افزایش می‌یابد. مانند قبل نقطه  $A$  متناظر است با حالت اول پایداری که در شکل ۱۲-ت نشان داده شده است. از طرف دیگر در مسیرهای  $MB$  و  $M'B'$  مشاهده می‌شود که برعکس مسیرهای  $MA$  و  $M'A'$  با کاهش دما از نقطه انشعاب به نقاط  $B$  و  $B'$ ، انحناء در

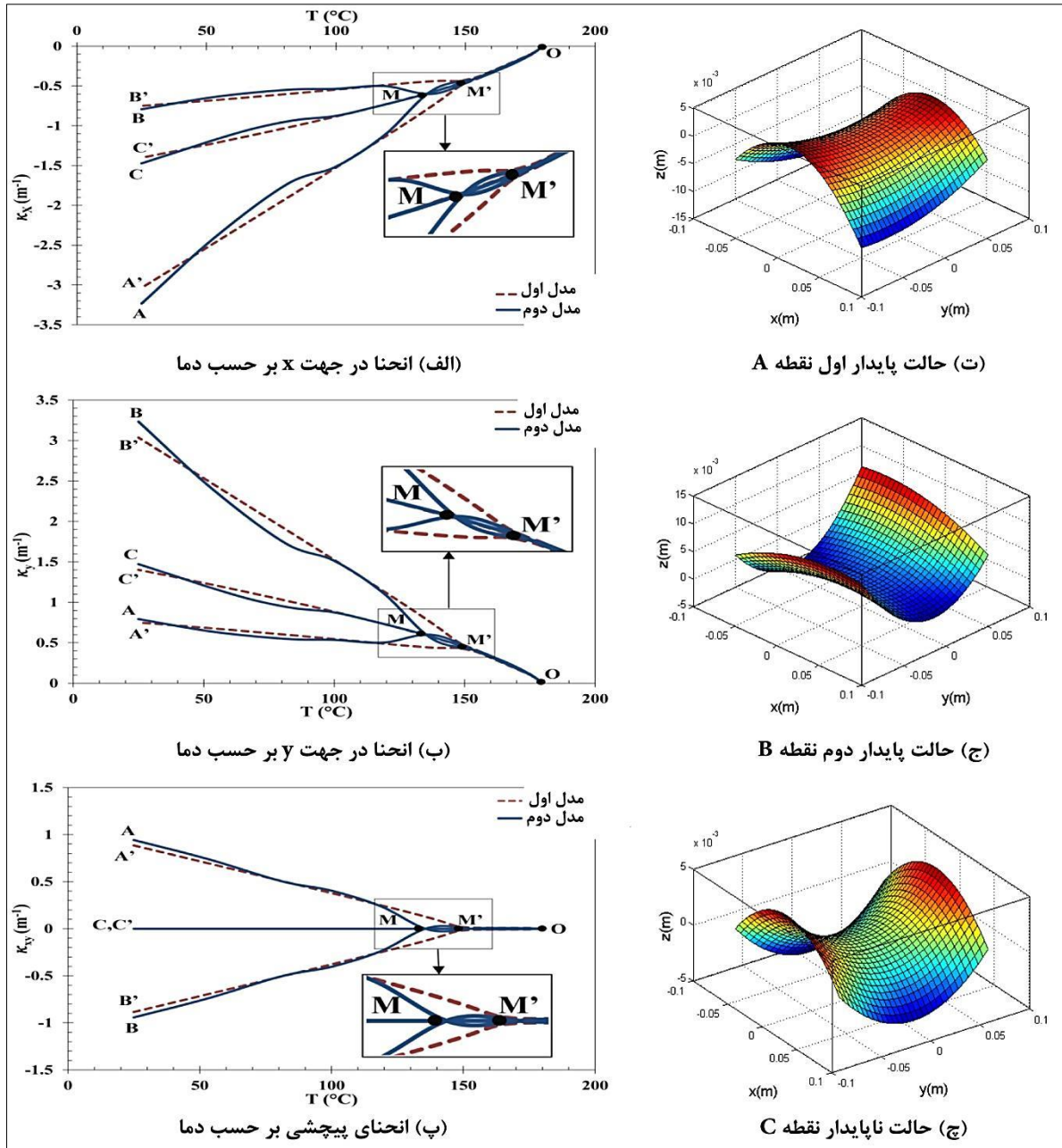
همانند آنچه برای ورق با چینش  $[90/0]$  ذکر شد، ابتدا با کاهش دما از دمای پخت، انحناء در جهت  $x$ ، در هر دو مدل یک و دو به ترتیب، در طول مسیرهای  $OM'$  و  $OM$  افزایش می‌یابد. به همین ترتیب انحناء در جهت  $y$  نیز با کاهش دما از دمای پخت در هر دو مدل یک و دو، افزایش می‌یابد ولی در جهت عکس انحناء در جهت  $x$ . همان‌طور که در شکل ۱۱-ب، مسیرهای  $OM'$  و  $OM$  مشخص هستند. به همین ترتیب با کاهش اولیه دما انحنای پیچشی نیز افزایش می‌یابد. نقاط  $M'$  و  $M$ ، به ترتیب در مدل‌های یک و دو نقاط انشعاب هستند.

محدوده انشعاب برای انحناء در جهات  $x$  و  $y$  و همچنین انحنای پیچشی در شکل‌های ۱۱-الف و ۱۱-ب و ۱۱-پ به صورت بزرگ شده نشان داده شده‌اند. با کاهش بیشتر دما در مسیرهای  $MA$  و  $M'A'$  مشاهده می‌شود که انحناء در جهت  $x$  با نرخ بسیار کمی افزایش می‌یابد، در حالی که انحناء در جهت  $y$  با نرخ بسیار بیشتری ولی در جهت منفی رشد می‌کند. انحنای پیچشی نیز با کاهش بیشتر دما، افزایش می‌یابد. نقطه  $A$  متناظر است با حالت اول پایداری که در شکل ۱۱-ت نشان داده شده است. از طرف دیگر در مسیرهای  $MB$  و  $M'B'$  مشاهده می‌شود که در دمای محیط انحناء در جهت  $x$  بسیار بیشتر از انحناء در جهت  $y$  می‌باشد. و انحنای پیچشی نیز با انحنای پیچشی متناظر با مسیرهای  $MA$  و  $M'A'$  دقیقاً یکسان است. نقطه  $B$  متناظر با حالت دوم پایدار است که در شکل ۱۱-ج نشان داده شده است. در مسیرهای  $MC$  و  $M'C'$  انحناء در جهت‌های  $x$  و  $y$  از نظر بزرگی به یک میزان افزایش می‌یابند، ولی انحناء در جهت  $y$  در جهت عکس انحناء در جهت  $x$  افزایش می‌یابد. انحنای پیچشی نیز در مسیرهای  $MC$  و  $M'C'$  افزایش می‌یابد. نقطه  $C$  متناظر با حالت ناپایدار است که در شکل ۱۱-چ نشان داده شده است. همان‌گونه که در شکل ۱۱-د نمایان است، دمای انشعاب در هر دو مدل یک و دو تغییر چندانی نداشته است. از طرف دیگر رفتار

می باشد. نقطه C متناظر با حالت ناپایدار است که در شکل ۱۲-چ نشان داده شده است. برای چینش [۷۰/۲۰]، شکل-۱۲، در مدل دو که وابستگی حرارتی مواد مدل شده است، انحناء ابتدا اندکی از یکدیگر منشعب شده ولی دوباره همگرا می شوند و انشعاب اصلی در دمای  $133^{\circ}\text{C}$  رخ می دهد، در صورتی که در مدل یک که وابستگی حرارتی مواد لحاظ نشده است، انشعاب در دمای  $150^{\circ}\text{C}$  رخ می دهد. همانند قبل رفتار غیرخطی ماده در حین تغییر شکل-۱۲ در مدل دو کاملاً مشخص است.

جهت  $y$  با نرخ نسبتاً زیادی در جهت مثبت افزایش می یابد ولی انحناء در جهت  $x$  با نرخ بسیار کوچکتری نسبت به انحناء در جهت  $y$  در جهت منفی افزایش می یابد. انحنای پیچشی نیز در مسیری قرینه، مسیرهای  $MA'$  و  $MA$  در جهت منفی افزایش می یابد. نقطه B متناظر با حالت دوم پایدار است که در شکل ۱۲-ج نشان داده شده است. در مسیرهای  $MC$  و  $MC'$  انحناء در جهت های  $x$  و  $y$  از نظر بزرگی به یک میزان افزایش می یابند، ولی انحناء در جهت  $y$ ، در جهت مثبت و انحناء در جهت  $x$ ، در جهت منفی افزایش می یابند. انحنای پیچشی نیز در مسیرهای  $MC$  و  $MC'$  صفر





شکل ۱۲- روابط انحنای بر حسب دما برای ورق مرکب با چینیس [۷۰/۳۰]

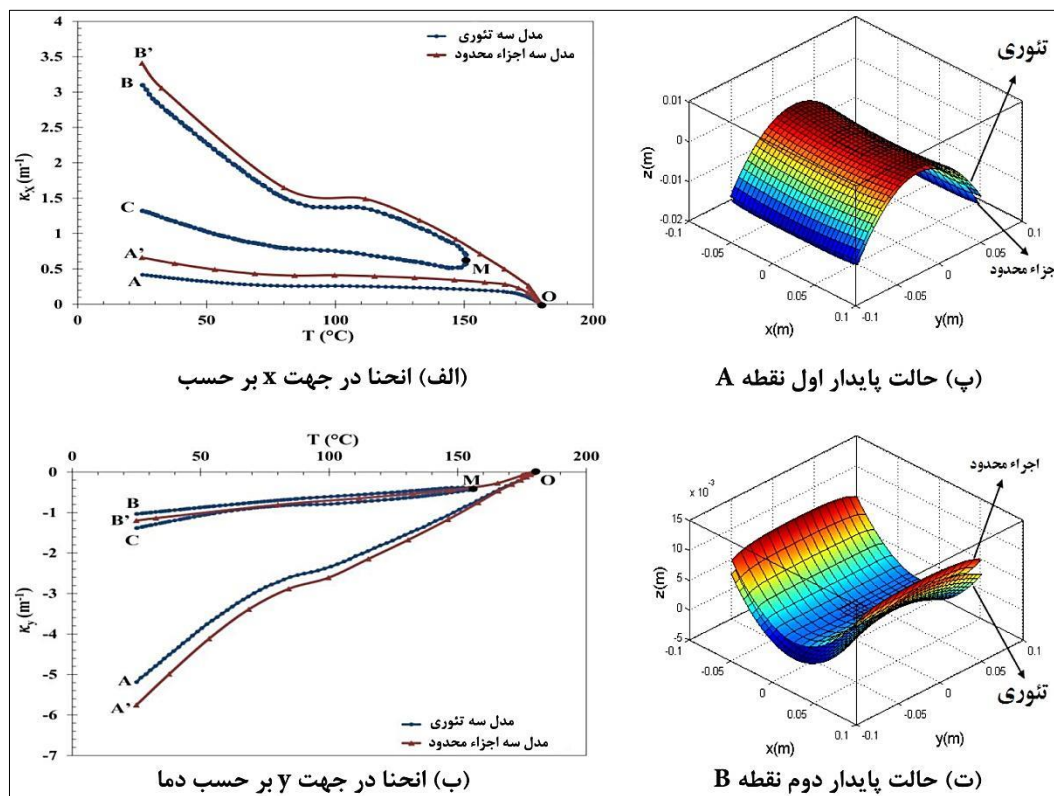
تئوری هیر، شامل جواب اصلی سیستم که نشان دهنده حالت اول پایداری است و دو جواب دیگر است که می‌توانند پایدار یا ناپایدار باشند.

شکل-۱۳، روابط بین انحنای و دما برای چینیس [۹۰/۰] با در نظر گرفتن ضخامت متفاوت لایه‌ها و لایه‌های رزین را نشان می‌دهد. شکل‌های ۱۳-الف و ۱۳-ب به ترتیب روابط بین انحنای در جهت  $x$  و انحنای در جهت  $y$  بر حسب دما را نشان می‌دهند. این نکته واضح می‌باشد که انحنای پیچشی برای چینیس [۹۰/۰] صفر

در این قسمت اثرات لایه‌های رزین و یکسان نبودن ضخامت لایه‌ها بر روابط انحنای بر حسب دما برای چینیس‌های مختلف لایه‌ها در مدل سه، با استفاده از تئوری هیر و شبیه‌سازی‌های اجزاء محدود بررسی شده است. در نظر گرفتن تفاوت در ضخامت لایه‌ها و همچنین اثرات لایه‌های رزین باعث می‌شود ورق بعد از اعمال بارهای حرارتی به حالت اول پایداری خود همگرا شود، به همین دلیل در تئوری هیر نیز عملاً نقطه انشعاب دیده نمی‌شود. سه جواب حاصل از

می‌باشد. همان‌طور که در شکل‌های ۱۳-الف و ۱۳-ب مشخص است با کاهش دما از دمای پخت، طبق تئوری هیر جواب اصلی سیستم مسیر OA می‌باشد که طبق فرآیند بررسی پایداری، معادله ۱۵، جوابی پایدار است. مسیر OA' نیز همان‌طور که مشخص شده جواب حاصل از شبیه‌سازی اجزاء محدود می‌باشد که در آن ورق بدون اعمال هرگونه نقص هندسی به حالت اول پایداری همگرا می‌شود. طبق تئوری میسر MB نشان دهنده جواب دوم سیستم است که این جواب نیز طبق فرآیند بررسی پایداری، جوابی پایدار است. در شبیه‌سازی‌های اجزاء محدود نیز حالت دوم پایدار سیستم همان‌گونه که ذکر شد با اعمال نیرویی کوچک به چهار گوشه ورق حاصل می‌شود. مسیر OB' نشان دهنده این جواب می‌باشد. مسیر MC نیز بیانگر حالت

تئوری هیر و شبیه‌سازی اجزاء

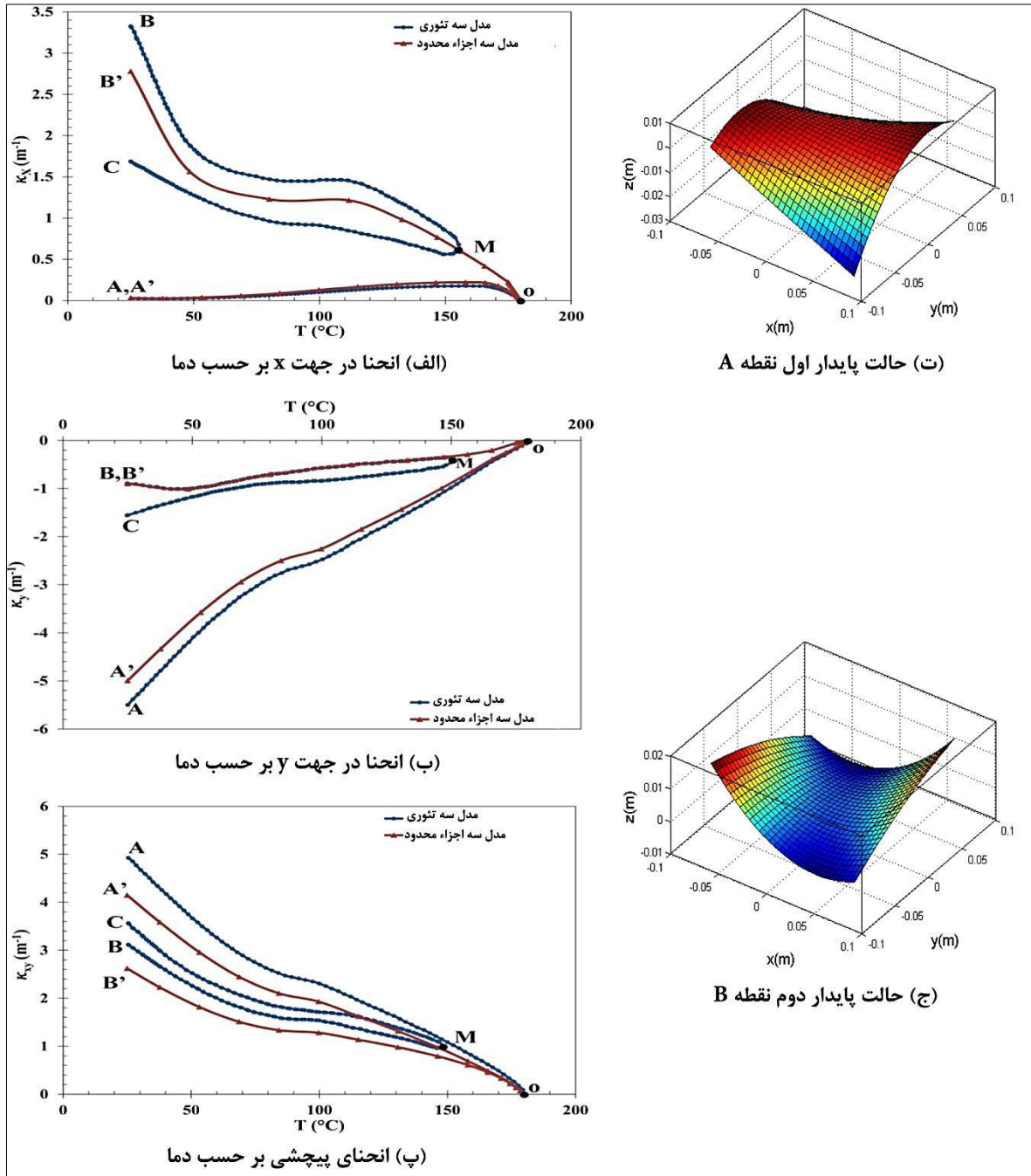


شکل ۱۳- روابط انحناء بر حسب دما برای ورق مرکب با چپش [۹۰/۰] با ضخامت متفاوت لایه‌ها و لایه‌های رزین همچنین انحناء در جهت  $y$  نیز با کاهش دما از دمای پخت در مدل تئوری و مدل اجزاء محدود، در جهت منفی با نرخ کوچکتری نسبت به انحناء در جهت  $x$  افزایش می‌یابد؛ همان‌گونه که در شکل ۱۱-ب، مشاهده می‌شود. در نقطه B در دمای محیط انحناء در

محدود هم‌زمان نشان داده شده‌اند. از طرف دیگر در مسیرهای MB و OB' مشاهده می‌شود که با کاهش دما از دمای پخت، برعکس حالت قبل انحناء در جهت  $x$ ، شکل ۱۳-الف، در مدل تئوری و مدل اجزاء محدود با نرخ زیادی و در جهت مثبت افزایش می‌یابد. و

با حالت ناپایدار است. همان‌طور که از شکل ۱۳-پ و ۱۳-ت مشخص است در حالات پایدار شکل ورق استوانه‌ای است.

جهت  $x$  بسیار بیشتر از انحناء در جهت  $y$  می‌باشد. نقطه  $B$  متناظر با حالت دوم پایدار است که در شکل ۱۳-ت نشان داده شده است. مسیر  $MC$  متناظر



شکل ۱۴- روابط انحناء بر حسب دما برای ورق مرکب با چینش  $[70/-20]$  با ضخامت متفاوت لایه‌ها و لایه‌های رزین نبودن ضخامت لایه‌ها و همچنین تأثیر لایه‌های رزین در شکل ۱۴- نشان داده شده‌اند. شکل‌های ۱۴-الف، ۱۴-ب و ۱۴-پ به ترتیب روابط بین انحناء در جهت  $x$ ، انحناء در جهت  $y$  و انحنای پیچشی بر حسب دما را نشان می‌دهند. با کاهش دما از دمای پخت، انحناء در

همان‌گونه در شکل ۱۳- مشخص است رفتار غیر خطی ماده به علت در نظر گرفتن وابستگی حرارتی مواد در حین تغییر شکل در مدل تئوری و مدل اجزاء محدود به وضوح مشخص است. روابط انحناء بر حسب دما برای چینش  $[70/-20]$  با در نظر گرفتن اثرات یکسان

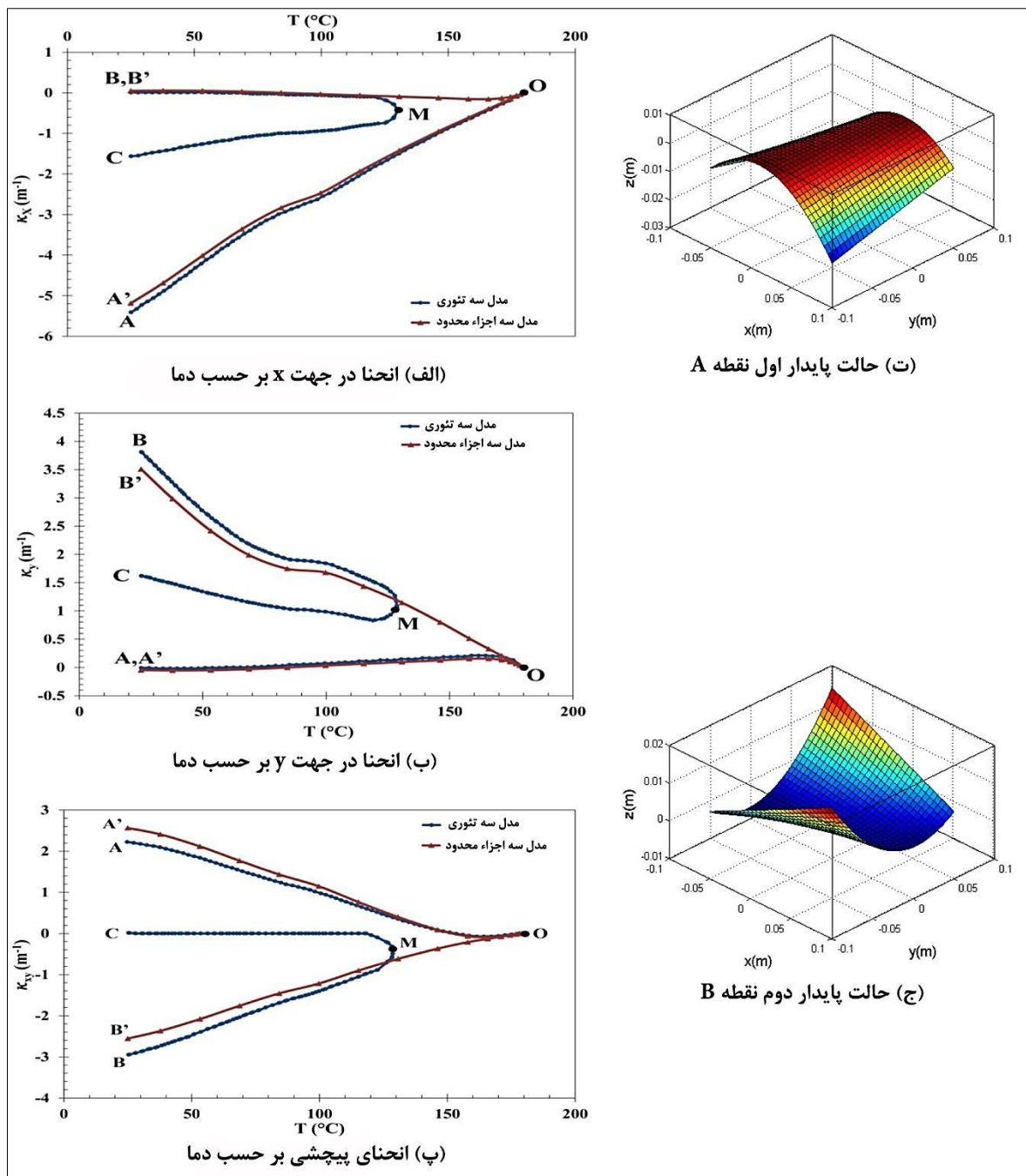
شده‌اند. همانند قبل شکل‌های ۱۵-الف، ۱۵-ب و ۱۵-پ به ترتیب روابط بین انحناء در جهت x، انحناء در جهت y و انحنای پیچشی و دما را نشان می‌دهند. همانند قبل با بررسی شکل ۱۵-مشاهده می‌شود که با کاهش دما از دمای پخت، انحناء در جهت x، شکل ۱۵-الف، در مدل تئوری و مدل اجزاء محدود، در مسیرهای OA و OA' در جهت منفی افزایش می‌یابد. همان‌گونه که در شکل ۱۵-ب، مشخص است، انحناء در جهت y با کاهش دما از دمای پخت، کاهش می‌یابد و در دمای محیط تقریباً صفر است. با مشاهده شکل ۱۵-پ مشخص است که با کاهش دما، انحنای پیچشی در مدل تئوری و مدل اجزاء محدود به ترتیب در مسیرهای OA و OA' افزایش می‌یابد. نقطه A متناظر است با حالت اول پایداری که در شکل ۱۴-ت نشان داده شده است. ذکر این نکته ضروری است که در چینش‌هایی که انحنای پیچشی وجود دارد، در نمایش شکل نهایی ورق، نتایج حاصله از تئوری هیر و نتایج اجزاء محدود با یکدیگر تداخل داشته به همین دلیل برای این چینش‌ها فقط شکل نهایی ورق حاصل از تئوری هیر نمایش داده می‌شود. از طرف دیگر در مسیرهای MB و OB' مشاهده می‌شود که با کاهش دما از دمای پخت، برعکس حالت قبل انحناء در جهت x، شکل ۱۴-الف، در مدل تئوری و مدل اجزاء محدود با نرخ زیادی و در جهت مثبت افزایش می‌یابد. همچنین انحناء در جهت y نیز با کاهش دما از دمای پخت در مدل تئوری و مدل اجزاء محدود، در جهت منفی با نرخ کوچکتری نسبت به انحناء در جهت x ابتدا افزایش می‌یابد و سپس حدود دمای ۵۰°C کاهش می‌یابد؛ همان‌گونه که در شکل ۱۴-ب، مشاهده می‌شود. انحنای پیچشی نیز در مدل تئوری و مدل اجزاء محدود به ترتیب در مسیرهای MB و OB' افزایش می‌یابد ولی با نرخ کمتر نسبت به مسیرهای OA و OA'، همان‌گونه که در شکل ۱۴-پ، مشخص است. نقطه B متناظر با حالت دوم پایدار است که در شکل ۱۴-ج نشان داده شده است. مانند قبل مسیر MC نشان دهنده حالت ناپایدار ورق است. در این قسمت برای بررسی پاسخ حرارتی ورق مرکب و شکل نهایی پس از فرآیند پخت، نمونه‌هایی از جنس گرافیت/ اپوکسی T300/5208 با چینش‌های غیر متقارن، [۷۰/۲۰] و [۹۰/۰] ساخته شدند. برای بررسی پاسخ حرارتی ورق، نمونه‌های ساخته شده را جداگانه درون یک کوره خلا<sup>۱</sup> با در شیشه‌ای قرار داده

جهت x، شکل ۱۴-الف، در مدل تئوری و اجزاء محدود، در مسیرهای OA و OA' با نرخ کمی کاهش می‌یابد و در دمای محیط تقریباً صفر می‌شود. همان‌گونه که در شکل ۱۴-ب مشاهده می‌شود، انحناء در جهت y با کاهش دما از دمای پخت در مدل تئوری و مدل اجزاء محدود، در جهت منفی و با نرخ نسبتاً زیادی افزایش می‌یابد. به همین ترتیب با کاهش دما انحنای پیچشی نیز در مدل تئوری و مدل اجزاء محدود به ترتیب در مسیرهای OA و OA' افزایش می‌یابد. نقطه A متناظر است با حالت اول پایداری که در شکل ۱۴-ت نشان داده شده است. ذکر این نکته ضروری است که در چینش‌هایی که انحنای پیچشی وجود دارد، در نمایش شکل نهایی ورق، نتایج حاصله از تئوری هیر و نتایج اجزاء محدود با یکدیگر تداخل داشته به همین دلیل برای این چینش‌ها فقط شکل نهایی ورق حاصل از تئوری هیر نمایش داده می‌شود. از طرف دیگر در مسیرهای MB و OB' مشاهده می‌شود که با کاهش دما از دمای پخت، برعکس حالت قبل انحناء در جهت x، شکل ۱۴-الف، در مدل تئوری و مدل اجزاء محدود با نرخ زیادی و در جهت مثبت افزایش می‌یابد. همچنین انحناء در جهت y نیز با کاهش دما از دمای پخت در مدل تئوری و مدل اجزاء محدود، در جهت منفی با نرخ کوچکتری نسبت به انحناء در جهت x ابتدا افزایش می‌یابد و سپس حدود دمای ۵۰°C کاهش می‌یابد؛ همان‌گونه که در شکل ۱۴-ب، مشاهده می‌شود. انحنای پیچشی نیز در مدل تئوری و مدل اجزاء محدود به ترتیب در مسیرهای MB و OB' افزایش می‌یابد ولی با نرخ کمتر نسبت به مسیرهای OA و OA'، همان‌گونه که در شکل ۱۴-پ، مشخص است. نقطه B متناظر با حالت دوم پایدار است که در شکل ۱۴-ج نشان داده شده است. مسیر MC نیز متناظر با حالت ناپایدار ورق است. روابط انحناء بر حسب دما برای چینش [۷۰/۲۰] با در نظر گرفتن اثرات یکسان نبودن ضخامت لایه‌ها و همچنین تأثیر لایه‌های رزین در شکل ۱۵-نشان داده

<sup>۱</sup> vacuum oven

مدت ۱۵ دقیقه ثابت نگه داشته شد تا سیستم به پایداری دمایی مناسب برسد سپس ارتفاع نقطه میانی ورق ثبت گردید. شکل ۱۶ نحوه جاسازی ورق و ساعت اندازه‌گیری درون کوره را برای یک نمونه ورق [۹۰/۰] نشان می‌دهد.

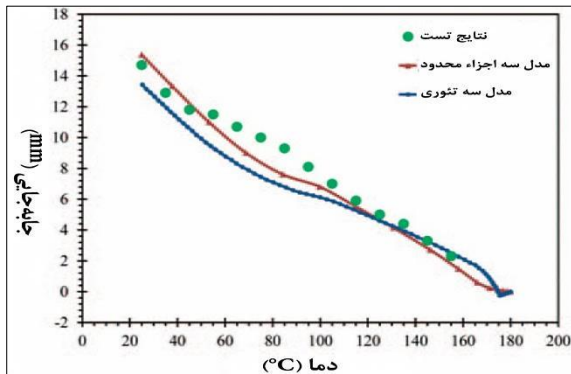
شدند. دما را از  $25^{\circ}\text{C}$  با نرخ  $2^{\circ}\text{C}$  در هر دقیقه افزایش یافت. ارتفاع نقطه میانی ورق را در بازه‌های  $10^{\circ}\text{C}$  به کمک یک ساعت اندازه‌گیری که در کوره جاسازی شده است ثبت گردید. لازم به ذکر است که در هر بازه زمانی  $10^{\circ}\text{C}$  هنگام ثبت ارتفاع ورق، دما به



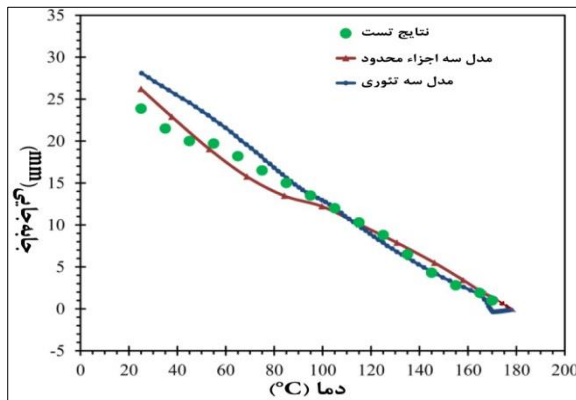
شکل ۱۵- روابط انحناء بر حسب دما برای ورق مرکب با چینش [۷۰/۲۰] با ضخامت متفاوت لایه‌ها و لایه‌های رزین ذکر این نکته نیز الزامی است که ورق با چینش [۲۰-۷۰/۰] به کمک خمیر نسوز<sup>۱</sup> درون کوره نگه داشته شد.

<sup>۱</sup>refractory paste

حاصل از آزمایش حرارتی ورق مرکب با چینش [۷۰/-۲۰] و [۹۰/۰] مقایسه شده‌اند. در نتایج حاصل از مدل سه در روش‌های تئوری هیر و شبیه‌سازی اجزاء محدود، بیشینه ارتفاع در هر دو چینش تغییراتی غیرخطی بر حسب دما دارد که این تغییرات با نتایج حاصل از آزمایش سازگاری مناسبی دارد.



الف - تغییرات ارتفاع نقطه میانی ورق مرکب با چینش [۹۰/۰] بر حسب تغییرات درجه حرارت

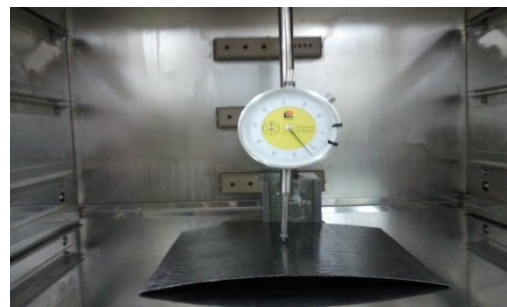


ب - تغییرات ارتفاع نقطه میانی ورق مرکب با چینش [۷۰/-۲۰] بر حسب تغییرات درجه حرارت

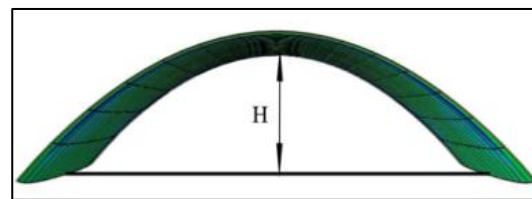
شکل ۱۸- نتایج حاصله از تست‌های عملی، تئوری هیر و شبیه‌سازی‌های اجزاء محدود در پیش‌بینی بیشینه ارتفاع ورق در دمای اتاق و برای چینش [۹۰/۰] ورق، نتایج اجزاء محدود مدل سوم دارای ۷٫۶ درصد خطا در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی می‌باشد. همچنین برای چینش [۷۰/-۲۰] در دمای اتاق خطا

باید توجه داشت که با افزایش دما به مقداری بیش از ۱۸۰ °C، انحنا در ورق به صفر میل نمی‌کند. این پدیده می‌تواند در اثر تنش‌های پسماند ناشی از عوامل گوناگونی مانند نقص در فرآیند پخت، تنش‌هایی که از ابزارهای برش ورق در آن ایجاد می‌شود باشد. وایت در سال ۱۹۹۲ به بررسی این عوامل پرداخت.

برای اعتبارسنجی نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌های اجزاء محدود و نتایج حاصل از تئوری هیر، تغییرات مقدار بیشینه ارتفاع در اثر تغییر دما را که در طول تغییر شکل ورق بدست آمده با نتایج تست مقایسه گردیدند. شکل ۱۷- به صورت نمادین بیشترین ارتفاع ورق را نشان می‌دهد که از تئوری هیر و شبیه‌سازی‌های اجزاء محدود بدست می‌آید و با نتایج آزمایش مقایسه می‌گردد.



شکل ۱۶- نحوه جاسازی ورق و ساعت اندازه‌گیری درون کوره برای یک نمونه ورق [۹۰/۰]



شکل ۱۷- تصویر نمادین بیشترین ارتفاع ورق H

در شکل ۱۸- (الف) تغییرات بیشینه ارتفاع، H بر حسب دما را برای مدل سه به روش تئوری (نتایج حاصل از تئوری هیر که در آن اثرات لایه‌های رزین و وابستگی دمایی مواد در نظر گرفته شده‌اند)، مدل سه به روش اجزاء محدود (که در آن اثرات لایه‌های رزین و وابستگی دمایی مواد در نظر گرفته شده‌اند) با نتایج

در عمل بعد از فرآیند پخت حالت پایدار اصلی خود را خواهد داشت.

برای بررسی صحت نتایج حاصل از تئوری هیر، مسئله با کمک شبیه‌سازی‌های اجزاء محدود در نرم افزار آباکوس حل شده است. پس از مقایسه نتایج مشاهده شد که نتایج حاصل از تئوری هیر و شبیه‌سازی‌های اجزاء محدود سازگاری مناسبی دارند. همچنین با انجام آزمایش‌های حرارتی ارتفاع نقطه میانی ورق مرکب با چینش‌های [۷۰/۲۰] و [۹۰/۰] در دماهای مختلف به صورت عملی اندازه‌گیری شد. این ارتفاع به کمک تئوری هیر و شبیه‌سازی اجزاء محدود نیز بدست آمد و پس از مقایسه با نتایج آزمایش‌های عملی هم‌خوانی مناسبی بین نتایج حاصل شد. در واقع در دمای اتاق و برای چینش [۹۰/۰] ورق، نتایج اجزاء محدود مدل سوم دارای ۷٫۶ درصد خطا در مقایسه با نتایج آزمایشگاهی می‌باشد. همچنین برای چینش [۲۰/۷۰] در دمای اتاق خطا بین نتایج اجزاء محدود مدل سوم و تست عملی حدود ۴٫۷ درصد مشاهده می‌شود.

#### تشکر و قدردانی

این مقاله مستخرج از نتایج طرح تحقیقاتی اجرا شده با شماره قرارداد ۵۹ مورخ ۹۳/۴/۵ از محل اعتبارات ویژه پژوهشی دانشگاه علوم و فنون دریایی می باشد.

#### منابع

- Jun, W.J. and Hong, C.S., Effect of Residual Shear Strain on the Cured Shape of Unsymmetric Cross-Ply Thin Laminates, Compos Sci Technol, Vol. 38, No. 1, 1990, p. 55-67.
- Jun, W.J. and Hong, C.S., Cured Shape of Unsymmetric Laminates with Arbitrary Lay-Up Angles, Journal of Reinforced Plastics and Composites, Vol. 11, No. 12, 1992, p. 1352-1366.
- Schlecht, M., Schulte, K. and Hyer, M.W., Advanced Calculations of the Room-Temperature Shapes of Thin Unsymmetric Composite Laminates, J Compos Struct, Vol. 32, 1995, p. 627-633.
- Daton-Lovett, A. (1996) An extendible

بین نتایج اجزاء محدود مدل سوم و تست عملی حدود ۴٫۷ درصد مشاهده می‌شود.

#### ۴. بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله ورق‌هایی با چینش‌های [۷۰/۲۰] و [۹۰/۰] از ماده مرکب گرافیت/اپوکسی T300/5208 ساخته شده است. برای مدل‌سازی دقیق‌تر در تئوری هیر ضخامت لایه‌های مختلف صفحات و همچنین ضخامت لایه‌های رزین با استفاده از عکس برداری میکروسکوپی از مقاطع مختلف ورق تعیین شده و در تئوری هیر لحاظ شده‌اند. لازم به ذکر است که در محاسبات لایه‌ها رزین به صورت یک ماده ایزوتروپیک لحاظ گردید. در این پژوهش همچنین ترم‌های ماتریس سختی کاهش یافته صفحه مرکب، وابسته به دما در نظر گرفته شده‌اند. در ابتدا تأثیر وابستگی دمایی مشخصات مکانیکی و حرارتی مواد بر انحنای ورق در جهت‌های x و y و همچنین انحنای پیچشی ورق تعیین شده‌اند. مشاهده شد که در برخی چینش‌ها (مانند [۹۰/۰]) در نظر گرفتن وابستگی دمایی مشخصات مکانیکی و حرارتی مواد باعث تغییر دمای انشعاب در انحنای مختلف خواهد شد. در ادامه لایه‌های رزین در تئوری هیر مدل شده‌اند و ضخامت لایه‌ها متفاوت در نظر گرفته شده‌اند، و اثرات آن‌ها بر روابط انحنا و دما مطالعه شده است. مشاهده شد که با مدل‌سازی لایه‌های رزین مانند قبل نقطه انشعاب در نمودارهای انحنا و دما وجود ندارد و ورق Hyer, M.W., Some observations on the cured shape of thin un symmetric laminates, J Compos Mater, Vol. 15, 1981, p. 175-194.

Hyer, M.W., Calculations of the Room-temperature Shapes of Un symmetric Laminates, J Compos Mater, Vol. 15, 1981, p. 296-310.

Hyer, M.W., The Room-Temperature Shapes of Four-Layer Un symmetric Cross-Ply Laminates, J Compos Mater, Vol. 16, 1982, p. 318-340.

Hamamoto, A. and Hyer, M.W., Non-linear Temperature-Curvature Relationships for Un symmetric Graphite-Epoxy Laminates, Int J Solids Struct, Vol. 23, No. 7, 1987, p. 919-935.

- bi-stable composite plate for application to adaptive structures. *Non Dyn* (2009) 58: 259–272
- Giddings P.F, Bowen C.R, Salo A.I.T, Kim H.A. Bistable composite laminates: effects of laminate composition on cured-shape and response to thermal load. *Compos Struct.*(2010), 92, 2220–2225.
- Reddy, J. N, *Mechanics of Laminated Composite Plates and Shells.* (2004), second edition, CRS press.
- Hyer M.W, Herakovich T, Milkovich S.M, J.S. Short, Jr. Temperature dependence of mechanical and thermal expansion properties of T300/5208 graphite/epoxy. *Compos.*14, 276–280. (1983).
- Yuhas,D.Isaacson,B.Elevated temperature measurement of elastic constants in polymer composites. The 43<sup>rd</sup> international SAMPE symposium. Anaheim, California, Article\_101405. May 31-June 4, (1998)
- AutrK.Kaw, *Mechanics of composite materials,* second edition, (2006), Tylor and francis press.
- White SR, Hahn HT. Process modeling of composite-materials residual stress development during cure.1.Model formulation. *J Compos Mater.* 26(16),2402–22.(1992).
- X.D. He, Y.Hong, R.G. Wang, 2011 Hydroelastic optimization of a composite marine propeller in anon-uniform wake, *Ocean Engineering* 39(2012)14–23.
- I. Stenius, L.Fagerberg, J.Kuttenkeuler, 2014, Experimental eigenfrequency study of dry and fullywetted rectangular composite and metallic plates by forced vibrations, *Ocean Engineering*111(2016)95–103.
- member.Patent Cooperation Treaty Application, PCT/GB97/00839.
- Dano, M. and Hyer, M.W., Thermally-Induced Deformation Behavior of Unsymmetric Laminates, *Int J Solids Struct*, Vol. 35,1998, p. 2101-2120.
- Iqbal, K., Pellegrino, S., Daton-Lovett, A., 2000.Bi-stable composite slit tubes.In *Proceedings of IUTAM-IASS Symposium on Deployable Structure.*Kluwer.
- Hufenbach W, GudeM , Kroll L. Design of multistable composites for application in adaptive structures. *Compos SciTechnol* 2002:2201-72.
- Galletly ,D.A., Guest, S.D., 2004 .Bistable composite slit tube, I:A beam model. *Int J Solids Struct.*
- Galletly ,D.A., Guest, S.D., 2004.Bistable composite slit tube, I:A shell model. *Int J Solids Struct.*
- Kebadze E., Guest S.D., Pellegrino S., Bi-stable prestressed shell structures. *Int J Solids Struct*, 41(2004).2801–20.
- Gude, M. and Hufenbach, W., Design of Novel Morphing Structures Based on Bistable Composites with Piezoceramic Actuators, *Mech Compos Mater*, Vol. 42, No. 4, 2006, p. 339-346 .
- Tawfik, S., Xinyuan, T., Ozbay, S. and Armanios, E., Anticlastic Stability Modeling for Cross-ply Composites, *J Compos Mater*, Vol. 41,No. 11, 2007, p. 1325-1338.
- Diaconu, CG, Weaver, PM, Arrieta, AF, Dynamic analysis of bi-stable composite plate, *J Sound &Vib*, 322 (2009) 987–1004.
- Arrieta, A.F., Neild, S.A., Wagg, D.J., 2009. Nonlinear dynamic response and modeling of



## Study of temperature-curvature relationships in Bi-stable Composite Laminates

Moore, M<sup>1\*</sup>, Firouzian-nejad, A.<sup>2</sup>, Ziaei-Rad, S.<sup>2</sup>, Eidani nezhad, A.<sup>1</sup>

1. Department of Marine Engineering, Khorramshahr University of Marine Science and Technology.

2. Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology.

### Abstract

The interest in bi-stable structures comes from their ability that these structures can have two different stable equilibrium configurations to define a discrete set of stable shapes. The geometrical changes occur with no need to continuously consume power, and mechanical hinges to preserve the structure in each stable shape. It is known that asymmetric composite laminates can have bi-stable response to different kind of loadings. In this research, the non-linear temperature-curvature relationship for the asymmetric composite laminates is studied using Rayleigh–Ritz technique. Attention is focused on studying the effect of material temperature dependency and resin layers; especially in the bifurcation point by use of analytical method. To this end, the well-known analytical theories are extended and used to consider the temperature dependency of material. The results obtained from the theory are then compared with the finite element simulations results and a good correlation is obtained. Finally, an experimental investigation is carried out and several specimens with  $[90/0]_T$ ,  $[70/-20]_T$  and  $[70/20]_T$  compositions were manufactured. In order to study the effect of resin layers, optical microscopy is utilized and the exact thickness of different layers in the manufactured specimens is determined. The thermal responses of the manufactured plates were measured and used to validate the results obtained from the analytical theory and finite element simulations.

**Keywords:** Bi-stable laminates, Asymmetric laminates, Rayleigh–Ritz method, Composite plate, Thermal response.

Figure 1: Saddle-like and cylindrical shapes of non-symmetric composite plate after applying thermal loads.

Figure 2: (a) Schematic view of the laminate coordinate system and the principle directions. (b) Schematic view of the laminate composition.

Figure 3: Longitudinal elastic modulus versus temperature for T300/5208 graphite-epoxy composite.

Figure 4: Transverse elastic modulus versus temperature for T300/5208 graphite-epoxy composite.

Figure 5: Shear modulus versus temperature for T300/5208 graphite-epoxy composite.

Figure 6: Major Poisson's ratio versus temperature for T300/5208 graphite-epoxy composite.

Figure 7: Longitudinal thermal expansion coefficient of T300/5208 graphite-epoxy composite versus temperature.

Figure 8: Elastic modulus of epoxy resin versus temperature.

Figure 9: Typical image from optical microscopy of thickness of a  $[90/0]_T$  laminate with  $\times 50$  magnification.

Figure 10: Temperature-curvature relationships for a  $[90/0]_T$  laminate by considering the temperature dependency.

Figure 11: Temperature-curvature relationships for a  $[70/-20]_T$  laminate by considering the temperature dependency.

Figure 12: Temperature-curvature relationships for a  $[70/20]_T$  laminate by considering the temperature dependency.

Figure 13: Temperature-curvature relationships for a  $[90/0]_T$  laminate by considering the effects of resin layers and layup thickness variation.

Figure 14: Temperature-curvature relationships for a  $[70/-20]_T$  laminate by considering the effects of

\*Corresponding author, E-mail: m.moore@kmsu.ac.ir

resin layers and layup thickness variation.

Figure 15: Temperature-curvature relationships for a  $[70/20]_T$  laminate by considering the effects of resin layers and layup thickness variation.

Figure 16: The vacuum oven, dial gage and a  $[90/0]_T$  specimen.

Figure 17: Maximum plate height (H).

Figure 18: Experimental, theory and finite element predictions of laminates middle point height with different stacking sequence as a function of temperature.

Table 1: The constant mechanical and thermal properties of T300/5208 graphite epoxy and generally epoxy resin over the temperatures.

Table 2: Models characteristics and the average thickness of each layer within the laminate.