



Estimation of Radiation Force in The Equation of Motion of a Heaving Point Absorber Wave Energy Converter: An Open-Source State-Space Model

Saeid Khaksarinezhad ^{1*}, Nima Shahni Karamzadeh ¹, Nasim Aleali ²

1. Department of Offshore Structures, Faculty of Marine Engineering, Khorramshahr University of Marine Science and Technology, Khorramshahr, Iran.

2. Department of Marine Engineering, Faculty of Marine Engineering, Khorramshahr University of Marine Science and Technology, Khorramshahr, Iran.

*Corresponding Author Email: n.karamzadeh@kmsu.ac.ir

Received: 5 May 2021

Revise Date: 5 October 2021

Accepted: 20 October 2021

DOI: 10.22113/jmst.2021.164001.2244

ABSTRACT

The power absorption capability of a floating oscillating body depends on a proper wave-structure interaction. A wave energy converter (WEC) captures wave power when the system radiates waves in opposite phase to the incident waves. Hence, determination of the radiation force is crucial for the initial design and optimal control of point absorber WECs. In this paper, hydrodynamic coefficients of a heaving vertical-cylinder buoy are obtained using ANSYS AQWA, and the equation of motion is analyzed based on the Cummins integro-differential equation. Numerical solution of this equation is computationally demanding due to the convolution integral associated with the radiation force vector. Therefore, a MATLAB code is developed and the convolution term is replaced by a linear state-space model. Frequency domain results in the range of 1–2 rad/sec, corresponding to the predominant wave conditions of the Persian Gulf offshore region, are implemented. The proposed open-source model, compared to direct calculation of the convolution integral, provides highly accurate prediction and maintains system stability. The model is also computationally cost-effective for higher degrees of freedom.

Keywords: Wave Power; Point Absorber; Wave Energy Converter; Cummins Equation; State-Space Model

1. INTRODUCTION

With the advancement of research on wave energy converters (WECs), the need for more accurate modeling methods has become increasingly evident. WECs, including point absorbers, are typically designed as oscillating systems, and the transfer of wave energy to these systems is described by the magnitude and damping characteristics of the excitation force of the incident wave. Therefore, the hydrodynamic problem in these devices is usually considered as a combination of diffraction and radiation problems (Cruz, 2008). Forces acting on marine structures due to waves can be divided into inertial (mass) forces and viscous forces. Inertial forces, assuming the fluid is inviscid, can be calculated using potential theory (Sarpkaya, 2010).

Copyrights:

Copyright for this article is retained by the author(s), with publication rights granted Journal of Marine Science and Technology. This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0>), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.



Thus, the dynamic response of the structure is generally analyzed using first-order wave potential theory in the frequency domain. If nonlinear effects such as viscous forces or mooring are considered, the equation of motion must be analyzed nonlinearly in the time domain (Li and Yu, 2012). In the field of wave energy extraction by oscillating systems, numerous efforts have been made, often focusing on the analysis of the Cummins equation. In this integro-differential equation, a term related to the radiation force (also known as the fluid memory effect) complicates the mathematical analysis of WECs. Taghipour et al. (2008) investigated various methods to identify a suitable replacement model, where the memory effect is generally estimated using a state-space model. However, this research only addresses ship motion analysis and does not provide information on the specific analysis conditions of a WEC. Nolte and Ertekin (2014) conducted numerical modeling of a heaving point absorber and performed time-domain analysis for irregular waves. To analyze the equation of motion, the HYDRAN program was developed, but it is not open-source. Medeiros and Brizzolara (2018) presented a mathematical framework for time-domain simulation of WECs using a proprietary program called AEGIR, which is also not available. Xiao et al. (2021) investigated new prototype samples of such converters, which can increase the power received from sea waves up to two times. Engström et al. (2020) investigated the possibility of creating an array of 200 point absorbers in the Swedish Special Economic Zone. Zhou et al. (2020) focused on the geometry of the absorber buoy, considering different ratios of diameter to draft for cylindrical buoys with conical, flat, and hemispherical bottoms.

In this paper, a linear time-domain method based on the Cummins equation is used to model the point absorber buoy. The term related to the fluid memory effect includes a convolution integral, and determining the system motion response by numerically solving this term can be very time-consuming (Taghipour et al., 2008). Since convolution is a linear operator, an equivalent linear system can be identified in the form of a transfer function and then converted to a state-space model. System identification aims to find the lowest possible order for numerical simulation while ensuring stability (Ljung, 2010).

2. MATERIALS AND METHODS

Assuming that the buoy is constrained to move only in heave and that the incident wave has negligible effect on the extracted power (Eriksson et al., 2007), the device can be modeled as a simple one-degree-of-freedom system. The buoy is considered as a vertical cylinder with radius r^* and draft d_r in water depth d^* . The equation of heave motion based on Newton's second law states that the total mass of the device multiplied by its vertical acceleration is equal to the sum of the excitation force, radiation force, hydrostatic restoring force, and the power take-off (PTO) reaction force. The excitation force is proportional to the incident wave amplitude. The radiation force is expressed in terms of the radiation damping and the added mass of the body. The hydrostatic restoring force is proportional to the vertical displacement of the buoy, the water density, gravitational acceleration, and the waterplane area. The PTO reaction force, assuming a rigid connection between the buoy and the PTO system, is expressed in terms of the PTO inertia, a linear damping coefficient, and a spring constant. By applying the Fourier transform, the frequency-domain equation of motion is obtained, which yields the response amplitude operator (RAO) of the device. Applying the inverse Fourier transform leads to the Cummins integro-differential equation, in which the radiation force is represented by a convolution integral involving the radiation force impulse response function (IRF) and the heave velocity history, together with the added mass at infinite frequency (Falnes and Kurniawan, 2020).

The fluid memory effect can be estimated through discrete time estimation, but this approach is time-consuming and cannot be implemented in simulation tools such as MATLAB/Simulink. The common method for representing linear systems in the time domain is the state-space model. The fluid memory effect is therefore estimated based on a single-input-single-output state-space model, in which the state vector, the input excitation corresponding to the heave velocity, and the constant state, input, and output matrices define the system dynamics. The impulse response function is obtained from the state-space matrices, and the corresponding transfer function is derived by taking the Laplace transform. The Laplace transform of the convolution term is equal to the product of the transfer function and the Laplace transform of the heave velocity, where the transfer function evaluated at $s = i\omega$ is equivalent to the frequency response function of the radiation impedance. Therefore, by determining the hydrodynamic parameters and identifying a rational transfer function, the convolution term can be converted to an equivalent state-space model.

A floating cylindrical buoy with radius $r^* = 2$ m, draft $d_r = 1.5$ m, and height $h^* = 3$ m was selected, and its hydrodynamic parameters were obtained using the AQWA module in ANSYS. The buoy is located at a water depth of 25 m. Since the cylindrical buoy is symmetric about its vertical axis, the incident wave is

considered in only one direction. The frequency range of analysis is from 0.05 to 3 rad/sec for 80 frequencies. Meshing was performed automatically, and the maximum element size was selected based on the highest frequency of analysis.

Using the obtained hydrodynamic coefficients, a rational transfer function was estimated by frequency-domain regression. The least squares (LS) method was selected for a single-input-single-output system. The transfer function is considered as a ratio of two polynomials, where the roots of the numerator and denominator polynomials are the zeros and poles of the system, respectively. The order of the denominator polynomial determines the order of the system, and the difference between the degrees of the numerator and denominator polynomials is the relative degree. According to the initial value theorem, the relative degree must be equal to one, and the minimum order of the transfer function must be two. The coefficients were estimated using the least squares method with the Sanathanan-Koerner linear approximation, in which the denominator polynomial from each iteration is used as a weighting function for the next iteration.

3. RESULTS

The hydrodynamic coefficients for the heaving cylindrical buoy were obtained. The added mass and radiation damping were calculated and are shown in Figure 4 of the main text. The transfer function was identified using frequency-domain regression, and its absolute value and phase were compared with the calculated frequency response function $K(\omega)$, as shown in Figure 5. The impulse response function $k(t)$ was also calculated and compared with the identified transfer function, as shown in Figure 6. The identified transfer function was converted to a state-space model, and the matrices A, B, and C were obtained. The state-space model was then substituted into the equation of motion, and the heave response of the device was simulated in Simulink under two harmonic waves with amplitude $A = 1$ m and frequencies $\omega = 1.25$ and $\omega = 2$ rad/sec. The results were compared with the heave response obtained from the RAO, as shown in Figure 7.

4. DISCUSSION AND CONCLUSION

In this paper, an open-source model for estimating the radiation force in the equation of motion of a heaving point absorber WEC was presented. The Cummins integro-differential equation was analyzed, and the convolution term related to the fluid memory effect was replaced by a linear state-space model. The state-space model was identified using frequency-domain regression based on hydrodynamic coefficients obtained from ANSYS AQWA. The accuracy of the identified transfer function was evaluated by comparing it with the frequency response function of the system. The results confirm the applicability of the identified transfer function. The proposed model, while ensuring system stability, provides an acceptable estimate of the radiation force in the buoy equation of motion with significantly reduced computation time. The model can be easily extended to higher degrees of freedom and facilitates the analysis of nonlinear effects such as mooring. The open-source nature of the model addresses the limitations of existing proprietary codes and provides a practical tool for the initial design and optimal control of point absorber WECs.

ACKNOWLEDGEMENT

The authors would like to acknowledge the support of the Persian Gulf University for providing the computational resources required for this study.

REFERENCES:

- Cruz, J., 2008. *Ocean wave energy* (Vol. 144, pp. 2451-2460). Berlin: Springer.
- Engström, J., Göteman, M., Eriksson, M., Bergkvist, M., Nilsson, E., Rutgersson, A. and Strömstedt, E., 2020. Energy absorption from parks of point-absorbing wave energy converters in the Swedish exclusive economic zone. *Energy Science & Engineering*, 8(1), pp.38-49. Doi: 10.1002/ese3.507.
- Eriksson, M., Waters, R., Svensson, O., Isberg, J. and Leijon, M., 2007. Wave power absorption: Experiments in open sea and simulation. *Journal of Applied Physics*, 102(8). Doi: 10.1063/1.2801002
- Falnes, J. and Kurniawan, A., 2020. *Ocean waves and oscillating systems: linear interactions including wave-energy extraction* (Vol. 8). Cambridge university press.

- Li, Y. and Yu, Y.H., 2012. A synthesis of numerical methods for modeling wave energy converter-point absorbers. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 16(6), pp.4352-4364. Doi: 10.1016/j.rser.2011.11.008
- Ljung, L., 2010. Perspectives on system identification. *Annual Reviews in Control*, 34(1), pp.1-12. Doi: 10.1016/j.arcontrol.2009.12.001
- Medeiros, J.S.D. and Brizzolara, S., 2018. Mathematical Framework for Hydromechanical Time-Domain Simulation of Wave Energy Converters. *Mathematical Problems in Engineering*, 2018(1), p.1710253. Doi: 10.1155/2018/1710253.
- Nolte, J.D. and Ertekin, R.C., 2014. Wave power calculations for a wave energy conversion device connected to a drogue. *Journal of Renewable and Sustainable energy*, 6(1). Doi: 10.1063/1.4862785
- Sarpkaya, T., 2010. *Wave forces on offshore structures*. Cambridge university press.
- Taghipour, R., Perez, T. and Moan, T., 2008. Hybrid frequency–time domain models for dynamic response analysis of marine structures. *Ocean Engineering*, 35(7), pp.685-705. Doi: 10.1016/j.oceaneng.2007.11.002
- Xiao, H., Liu, Z., Zhang, R., Kelham, A., Xu, X. and Wang, X., 2021. Study of a novel rotational speed amplified dual turbine wheel wave energy converter. *Applied Energy*, 301, 117423. <https://doi.org/10.1016/j.apenergy.2021.117423>. Doi: 10.1016/j.apenergy.2021.117423
- Zhou, B., Hu, J., Sun, K., Liu, Y. and Collu, M., 2020. Motion response and energy conversion performance of a heaving point absorber wave energy converter. *Frontiers in Energy Research*, 8, p.553295. Doi: 10.3389/fenrg.2020.553295



معرفی یک مدل متن-باز جهت تخمین نیروی تابش در معادله حرکت جاذب نقطه-ای انرژی موج در نوسان هیو

سعید خاکساری نژاد^۱، نیما شهینی کرم زاده^{۱*}، نسیم آل علی^۲

۱. گروه سازه‌های دریایی، دانشکده مهندسی دریا، دانشگاه علوم و فنون دریایی خرمشهر، خرمشهر، ایران.

۲. گروه مهندسی کشتی سازی، دانشکده مهندسی دریا، دانشگاه علوم و فنون دریایی خرمشهر، خرمشهر، ایران.

نویسنده مسئول، پست الکترونیک: n.karamzadeh@kmsu.ac.ir

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۰/۰۷/۲۸

تاریخ بازنگری: ۱۴۰۰/۰۷/۱۳

تاریخ دریافت: ۱۴۰۰/۰۲/۱۵

شناسه دیجیتال (DOI): 10.22113/jmst.2021.164001.2244

چکیده

جذب توان امواج دریا توسط یک جسم نوسانگر روی آب، به مفهوم توانایی آن جسم جهت اندرکنش مناسب با امواج است. موجی که از یک دستگاه مبدل انرژی موج عبور می‌کند، در صورتی انرژی خود را به سیستم در حال نوسان انتقال می‌دهد که این سیستم امواجی در جهت (فاز) مخالف با امواج برخوردی ایجاد کند. از این رو به منظور ارزیابی اولیه از عملکرد یک جاذب نقطه‌ای انرژی موج، تعیین نیروهای تابش ایجاد شده از سوی جسم شناور، نقش مهمی در طراحی اولیه و کنترل بهینه دستگاه خواهد داشت. در این مقاله پس از محاسبه ضرایب هیدرودینامیکی مربوط به شرایط یک نوسان هیو بویه استوانه‌ای، معادله حرکت سیستم بر اساس معادله انتگرال-دیفرانسیلی کامینز تحلیل شده است. حل عددی این سیستم با توجه به پیچیدگی ترم مرتبط با بردار نیروی تابش، می‌تواند بسیار طولانی و دشوار باشد. لذا با کدنویسی در برنامه متلب، این ترم با یک مدل خطی فضا-حالت جایگزین و سپس تخمین زده شده است. در این تحلیل از نتایج حوزه فرکانس در بازه ۱-۲ رادیان بر ثانیه که فرکانس غالب امواج دوردست خلیج فارس است استفاده شده است. فرایند استفاده از مدل فضا-حالت نسبت به حل عددی مستقیم انتگرال پیچش در معادله حرکت، از دقت کافی برخوردار بوده و با توجه به اینکه سایر کدهای نوشته شده در این زمینه عملاً متن باز نیستند؛ ضمن تأمین پایداری سیستم، حجم کلی محاسبات را کاهش می‌دهد که می‌تواند برای درجات آزادی بیشتر نیز مورد استفاده قرار بگیرد.

واژگان کلیدی: توان موج، جاذب نقطه‌ای، مبدل انرژی موج، معادله کامینز، نوسان هیو.

Copyrights:

Copyright for this article is retained by the author(s), with publication rights granted Journal of Marine Science and Technology. This is an open-access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution License (<http://creativecommons.org/licenses/by/4.0>), which permits unrestricted use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.



۱. مقدمه

معادله حرکت سیستم، با در نظر گرفتن ضرایب میرایی در حوزه فرکانس بر مبنای رابطه فیلون و با استفاده از برنامه HYDRAN، ترم حافظه سیال را محاسبه نمودند. این برنامه به صورت متن باز در دسترس نبوده و عملاً برای تحلیل پاسخ هیدروالاستیک سازه‌های دریایی توسط تیمی در دانشگاه نویسنده مقاله تهیه شده است. در پژوهشی تازه تر، Medeiros و Brizzolar (2018) با ارائه یک چارچوب ریاضیاتی برای شبیه سازی مدل‌های انرژی موج در حوزه زمان، بر یک طراحی هیدرومکانیکی کارآمد تأکید کرده اند. محاسبات طراحی با استفاده از برنامه ای اختصاصی به نام AEGIR انجام شده است که معادله حرکت کامینز را بر اساس روش پانلی و فرضیات مختص خود تحلیل می‌کند. این برنامه اختصاصی نیز در دسترس نبوده و توسط دکتر کرینگ تهیه شده است.

نمونه‌های جدید پروتوتیپ از این گونه مدل‌ها، در پژوهش Xiao et al. (2021) مورد بررسی قرار گرفته است که می‌تواند توان دریافتی از امواج دریا را تا دو برابر افزایش دهد. علاوه بر این، با در نظر گرفتن نقش منطقه ویژه اقتصادی عسلویه و جایگاه آن، می‌توان به پژوهشی مشابه در منطقه ویژه اقتصادی سوئد اشاره کرد که با استفاده از داده‌های ۱۶ ساله باد در این منطقه، امکان ایجاد آرایه ای متشکل از ۲۰۰ جاذب نقطه‌ای انرژی در این منطقه بررسی شده است (Engström et al, 2020).

تلاش چینی‌ها در زمینه تعیین پاسخ حرکت و تحلیل عملکرد یک جاذب نقطه ای انرژی موج بسیار شایان توجه است. با توجه به اینکه تعیین دستگاه مناسبی که جوابگوی شرایط یک منطقه خاص باشد نیازمند تحلیل هیدرودینامیکی اولیه است (مشابه هدفی که در پژوهش حاضر انتظار می‌رود)، Zhou et al. (2020) با تمرکز بر هندسه بویه جاذب، نسبت های مختلفی از قطر به عمق آب‌خور (DDR) را برای بویه های استوانه‌ای با کف مخروطی شکل، صاف و نیم‌کره در نظر گرفتند.

در این مقاله برای مدل‌سازی بویه جاذب نقطه ای از یک روش خطی در حوزه زمان استفاده شده است. این روش بر اساس معادله حرکت کامینز است که نخستین بار برای یک کشتی در حال نوسان با سرعت صفر به دست آمد. ترم مربوط به اثر حافظه سیال شامل یک انتگرال کانولوشن (پیچش) است و تعیین پاسخ حرکت سیستم در حوزه زمان با حل عددی این ترم، بسته به گام زمانی و درجه آزادی سیستم ممکن است بسیار وقت گیر بوده و زمان محاسبات را افزایش دهد. زیرا بایستی آن را در هر گام برای داده‌های زیادی به صورت گسسته در زمان تخمین زد (Taghipour et al., 2008). با توجه به اینکه کانولوشن یک عملگر خطی است، می‌توان یک سیستم خطی معادل را در قالب یک تابع انتقال شناسایی کرده و سپس آن را به یک مدل فضا-حالت تبدیل کرد.

با پیشرفت تحقیقات در زمینه مدل‌های انرژی موج، ضرورت وجود روش‌های دقیق تر برای مدل سازی آن ها نیز بیشتر می‌شود. مدل‌های انرژی موج از جمله پلامیس و بویه های جاذب، معمولاً به صورت سیستم‌های نوسانی طراحی شده و انتقال انرژی موج به این سیستم‌ها با توجه به میزان و نحوه استهلاک نیروی تحریک موج عبوری از نوسانگر بیان می‌شود. بنابراین، مسئله هیدرودینامیک در این دستگاه ها معمولاً به صورت ترکیبی از مسئله تفرق و مسئله تابش مورد توجه قرار می‌گیرد (Cruz, 2008). به طور کلی نیروی های وارد بر سازه‌های دریایی از سوی امواج را می‌توان به دو دسته تقسیم کرد: نیروهای اینرسی یا جرم و نیروهای ویسکوز. نیروهای اینرسی با فرض غیر ویسکوز بودن سیال، با استفاده از تئوری پتانسیل به طور مشخصی قابل محاسبه هستند (Sarpkaya, 2010). لذا پاسخ دینامیکی سازه به تحریک موج، عموماً با استفاده از تئوری پتانسیل مرتبه اول موج و در حوزه فرکانس تحلیل می‌گردد، بدین ترتیب که تابع پاسخ فرکانسی سازه محاسبه شده و پاسخ حرکت سازه از حل همزمان معادلات خطی در هر فرکانس به دست می‌آید. اگر اثرات غیر خطی مانند نیروهای ویسکوز و یا مهاربندی مورد توجه باشند، آنگاه بایستی معادله حرکت به صورت غیر خطی و در حوزه زمان تحلیل شود (Li and Yu, 2012).

در زمینه استخراج انرژی امواج توسط سیستم‌های نوسانی، کوشش های متعددی انجام شده است که غالباً تحلیل معادله حرکت کامینز، مورد بحث بوده است. در این معادله انتگرال-دیفرانسیلی، یک ترم مربوط به نیروی تابش سیستم وجود دارد (به اصطلاح، اثر حافظه سیال نیز گفته می‌شود)، که تحلیل ریاضیاتی مدل انرژی موج را کمی دشوار می‌کند. بدین منظور، Taghipour et al. (2008) به بررسی روش‌های مختلف جهت شناسایی یک مدل مطلوب جایگزین پرداختند. این روش‌ها در حوزه‌های مختلفی همچون تحلیل سیستم‌های دریایی، هیدرودینامیک و سیستم‌های کنترل حرکت کاربرد دارد. در مطالعه مذکور اثر حافظه سیال در معادله حرکت کشتی عموماً با استفاده از یک مدل فضا - حالت تخمین زده شده است. این پژوهش با تمرکز بر روی سری زمانی حرکات شناورها در فرکانس‌های مشخص، تنها به تحلیل حرکت کشتی پرداخته و اطلاعاتی از شرایط تحلیل خاص یک مدل انرژی موج بدست نمی‌دهد.

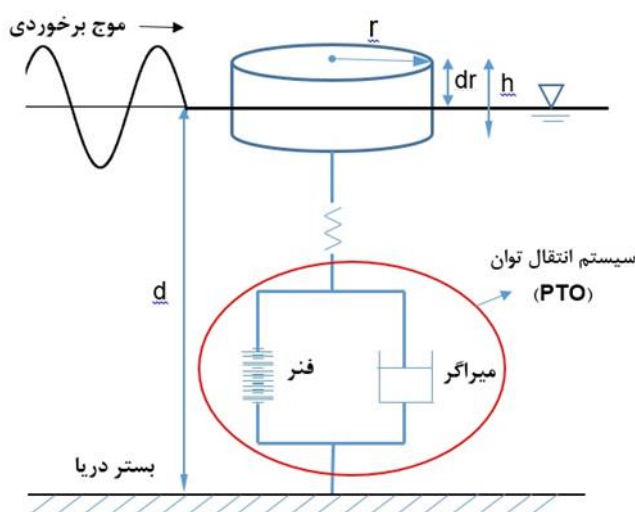
Ertekin و Nolte (2014) با قرار گرفتن مدل‌های انرژی موج در کانون توجه، ضمن مدلسازی عددی یک دستگاه جاذب نقطه‌ای هیدرو و انجام تحلیل عددی در حوزه زمان برای امواج نامنظم، به بررسی خصوصیات میرایی دستگاه پرداخته و توان تولیدی دستگاه را در شرایط مختلف بررسی کردند. به منظور تحلیل

به صورت سیستم جرم و فنر با یک درجه آزادی در نظر گرفته شده است (شکل ۱).

مدل مورد نظر این امکان را فراهم می نماید تا اثرات غیر خطی از جمله مهاربندی را آسان تر و با دقت بیشتر مورد تحلیل قرار داد. لذا با کد نویسی در نرم افزار متلب، یک تابع انتقال منطقی با روش رگرسیون در حوزه فرکانس برای یک سیستم تک ورودی-تک خروجی تخمین زده شده است. سپس به منظور شناسایی تابع انتقال تخمین زده شده، آن را روی تابع پاسخ فرکانسی سیستم برازش داده ایم. در نهایت، بهترین تابع انتقال به دست آمده به یک مدل فضا-حالت تبدیل شده و در معادله حرکت سیستم جایگذاری شده است.

منظور از شناسایی سیستم، یافتن پایین ترین مرتبه ممکن برای شبیه سازی عددی رفتار سیستم است به طوری که پایداری آن تأمین گردد (Ljung, 2010).

پژوهش حاضر، راهکار مناسبی برای محاسبه اثر حافظه سیال در نظر گرفته است تا امکان پیاده سازی و تحلیل معادله حرکت توسط ابزارهای شبیه ساز عددی همچون سیمولینک فراهم گردد. این مدل به صورت متن باز بوده و به طور خاص برای یک مبدل انرژی موج تا ۶ درجه آزادی کاربرد دارد. مدل ساده اولیه به صورت یک دستگاه جاذب نقطه ای انرژی موج شامل یک بویه استوانه ای شناور و یک سیستم انتقال توان (PTO) است که به طور ساده



شکل ۱ - مدل شماتیک دستگاه جاذب نقطه ای انرژی موج

Fig. 1- A schematic view of the WEC device

استوانه ای به شعاع r و ارتفاع h در معرض موج برخوردی قرار می گیرد. این بویه تحت اثر وزن خود، با عمق آب خور dr در آبی به عمق d شناور است.

طبق تئوری تئوری خطی موج، سیال غیرچرخی، تراکم ناپذیر و غیر ویسکوز فرض می گردد، لذا می توان تئوری پتانسیل مرتبه اول را به کار برد. با استفاده از قانون دوم نیوتن، معادله حرکت بویه در مود نوسانی هیو به صورت رابطه (۱) نوشته می شود (Eriksson et al., 2005).

$$M\ddot{z}(t) = f_e(t) + f_r(t) + f_s(t) + f_{PTO}(t) \quad \text{رابطه (۱)}$$

۲. مواد و روش ها

با فرض آنکه طول اتصال قائم بویه به سیستم انتقال توان بسیار بیشتر از جابجایی قائم بویه باشد (شکل ۱)، تنها نوسان هیو بویه می تواند اثر قابل ملاحظه ای بر توان استحصالی از امواج داشته باشد (Eriksson et al., 2007). علاوه بر این، استفاده از تئوری خطی موج این امکان را می دهد که مدل ساده ای برای کل دستگاه در نظر گرفته شده و سهم هرکدام از نیروهای هیدرودینامیکی به طور مجزا محاسبه گردد. در این مدل ساده سازی شده، بویه

ناشی از تابش موج توسط بویه شناور، نیروی بازگرداننده وارد بر جسم و نیروی عکس العمل سیستم انتقال توان است. با انجام تبدیل فوریه از رابطه (۱)، معادله حرکت بویه نوسانگر در حوزه زمان به صورت رابطه (۲) نوشته می‌شود.

$$-\omega^2 MZ(i\omega) = F_e(i\omega) + F_r(i\omega) + F_s(i\omega) + F_{PTO}(i\omega) \quad \text{رابطه (۲)}$$

نیروی عکس العمل حاصل از تابش موج، در اثر سرعت نوسانی بویه شناور است و به صورت رابطه (۴) بیان می‌گردد (Eriksson et al., 2005).

در رابطه (۴) $R(\omega)$ مقاوم تابش یا میرایی تابش و $m(\omega)$ جرم افزوده جسم است. همچنین، عبارت درون کروشه امپدانس تابش و بخش موهومی آن یعنی $\omega m(\omega)$ ، راکتانس تابش نامیده می‌شود. نیروی بازگرداننده با جابجایی بویه متناسب بوده و برابر با رابطه (۵) است (Eriksson et al., 2005).

$$F_e(i\omega) = f_e(\omega)A(\omega) \quad \text{رابطه (۳)}$$

$$F_r(i\omega) = -[R(\omega) + i\omega m(\omega)]\dot{Z}(i\omega) \quad \text{رابطه (۴)}$$

$$F_s(i\omega) = -\rho g A_b Z(i\omega) \quad \text{رابطه (۵)}$$

ژنراتور بستگی دارد. محاسبه این ضریب برای یک ژنراتور خاص توسط ابزارهای شبیه سازی ژنراتور به روش المان محدود انجام می‌گیرد و از عهده این پژوهش خارج است. اما طبق برر سی‌های آزمایشگاهی Eriksson et al. (2005) ژنراتوری که توانی معادل $10kW$ از هر متر موج برخوردی جذب می‌کند، ضریب میرایی خطی و ثابت فنر متناظر با آن به ترتیب حدوداً برابر با $20kN.s/m$ و $3k.N/m$ است. با جای‌گذاری روابط (۳) الی (۶) در رابطه (۲)، تابع پاسخ فرکانسی برای نوسان هیو دستگاه در حوزه فرکانس به صورت رابطه (۷) خواهد بود. رابطه (۷) را می‌توان به صورت رابطه (۸) ساده کرد.

$$F_{PTO}(i\omega) = -[M\ddot{Z}(i\omega) + \gamma\dot{Z}(i\omega) + k_s Z(i\omega)] \quad \text{رابطه (۶)}$$

$$\{-\omega^2[m(\omega) + M] + i\omega[\gamma + R(\omega)] + \rho g A_b + k_s\} \times Z(i\omega) = F_e(i\omega) \quad \text{رابطه (۷)}$$

در رابطه (۱) M جرم کل دستگاه شامل بویه شناور و سیستم انتقال توان و $\ddot{z}(t)$ شتاب قائم بویه نسبت به حالت تعادل است. همچنین، $f_e(t)$ ، $f_r(t)$ ، $f_s(t)$ و $f_{PTO}(t)$ به ترتیب، نیروی تحریک ناشی از موج ورودی، نیروی عکس العمل

در رابطه (۲) $Z(i\omega)$ تابع پاسخ فرکانسی مربوط به جابجایی هیو بویه است. طبق تئوری خطی موج، نیروی تحریک با تراز موج برخوردی یعنی $\eta(x, i\omega) = A(\omega)e^{-iKx}$ متناسب است (Falnes and Kurniawan, 2020)، که در آن $A(\omega)$ دامنه حقیقی و مثبت موج ورودی، K عدد موج و x مختصات افقی در جهت انتشار موج است. همچنین فرض می‌کنیم مبدأ مختصات روی محور قائم و در مرکز جسم قرار داشته باشد. اگر $f_e(\omega)$ را به عنوان ضریب تناسب در رابطه نیروی تحریک نظر بگیریم، نیروی تحریک در مبدأ مختصات ($x = 0$) به صورت رابطه (۳) نوشته می‌شود.

در رابطه (۵) ρ چگالی آب، g شتاب ثقل و A_b مساحت مقطع عرضی بویه در سطح آب است. با در نظر گرفتن یک اتصال صلب میان بویه و سیستم انتقال توان، جابجایی قائم بویه همگام با حرکت سیستم فنر و میراگر است. لذا نیروی عکس العمل سیستم انتقال توان با در نظر گرفتن اثرات اینرسی، میرایی و فنر برابر است با رابطه (۶). در رابطه (۶) M جرم کل دستگاه شامل بویه و سیستم انتقال توان، γ یک ضریب میرایی خطی و k_s ثابت فنر است. در این مقاله به طور خاص، سیستم انتقال توان به صورت هدایت مستقیم به یک ژنراتور خطی نصب شده در بستر دریا در نظر گرفته شده است. بطوریکه γ به توان خروجی

$$Z(i\omega) = f_{RAO}(\omega)A(\omega) \quad \text{رابطه (۸):}$$

که در رابطه (۸):

$$f_{RAO}(\omega) = f_e(\omega) \times \frac{1}{\{-\omega^2[m(\omega) + M] + i\omega[\gamma + R(\omega)] + \rho g A_b + k_s\}} \quad \text{رابطه (۹)}$$

با انجام تبدیل فوریه معکوس از رابطه (۷)، معادله حرکت بویه در حوزه زمان به صورت رابطه (۱۰) خواهد بود:

به این پارامتر، عملگر دامنه پاسخ گفته می‌شود که از آن به منظور تعیین رفتار اولیه کشتی ها و سایر سازه‌های شناور در دریا جهت طراحی استفاده می‌گردد.

$$(M + m_\infty)\ddot{z}(t) + \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \{R(\omega) + i\omega[m(\omega) - m_\infty]\} \times \dot{Z}(i\omega)e^{i\omega t} d\omega + \rho g A_b z(t) \\ = (M + m_\infty)\ddot{z}(t) + \int_{-\infty}^{\infty} k(t - \tau)\dot{z}(\tau)d\tau + \rho g A_b z(t) = f_e(t) + f_{PTO}(t) \quad \text{رابطه (۱۰)}$$

اول از رابطه (۸)، به منظور اجتناب از محاسبه دایورژانس توابع، عبارت $m_\infty \ddot{z}(t)$ از انتگرال خارج شده است. لذا برای دو تابع مختلط باقی‌مانده یک انتگرال کانولوشن تعریف شده است که در آن طبق تعریف یک متغیر اضافی است. با فرض آنکه تابع پاسخ ضربه نسبت به زمان حقیقی باشد، طبق روابط کرامر-کرونیک می‌توان پاسخ ضربه را به تفکیک بخش‌های حقیقی و موهومی در تبدیل فوریه معکوس امیدانس تابش به صورت رابطه (۱۱) بیان نمود (Falnes and Kurniawan, 2020).

در رابطه (۱۰) $k(t)$ تبدیل فوریه معکوس امیدانس تابش یعنی $K(\omega) = R(\omega) + i\omega[m(\omega) - m_\infty]$ است که به آن تابع پاسخ ضربه نیروی تابش (Radiation force Impulse Response Function) یا تابع تأخیر (Retardation function) گفته می‌شود. همچنین، m_∞ جرم افزوده مستقل از فرکانس است. بدین معنا که وقتی فرکانس زاویه ای به سمت بی نهایت میل می‌کند ($\omega \rightarrow \infty$)، مقاومت تابش به صفر نزدیک می‌شود، درحالی‌که جرم افزوده به یک مقدار ثابت میل می‌کند. در انتگرال

$$k(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} K(\omega)e^{i\omega t} d\omega \\ = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} [R(\omega)\cos(\omega t) - \omega[m(\omega) - m_\infty]\sin(\omega t)]d\omega \\ + \frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} [R(\omega)\sin(\omega t) + \omega[m(\omega) - m_\infty]\cos(\omega t)]d\omega \quad \text{رابطه (۱۱)}$$

پاسخ ضربه را می‌توان به صورت مجموع توابع حقیقی زوج و فرد نوشت (Falnes and Kurniawan, 2020)، یعنی رابطه (۱۲):

با توجه اینکه توابع $R(\omega)$ و $\cos(\omega t)$ نسبت به ω زوج و توابع $\omega m(\omega)$ و $\sin(\omega t)$ نسبت به ω فرد است، بخش موهومی رابطه فوق تابعی فرد بوده و حذف می‌شود. بنابراین، تابع

$$k(t) = k_e(t) + k_o(t) \\ = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} R(\omega)\cos(\omega t)d\omega - \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \omega[m(\omega) - m_\infty]\sin(\omega t)d\omega \quad \text{رابطه (۱۲)}$$

تابع پاسخ ضربه، پاسخ ناشی از اعمال یک ضربه ورودی در زمان $t = 0$ است. لذا یک تابع علی (Causal function) (یعنی تا پیش از اعمال یک ضربه ورودی به سیستم، پاسخی در سیستم

مشاهده نشود) بوده و برای $t < 0$ خواهیم داشت $k(t) = 0$. در حالیکه برای $t > 0$ خواهیم داشت (رابطه ۱۳).

با توجه به علی بودن تابع پاسخ ضربه، معادله حرکت بویه از رابطه (۱۰) به صورت رابطه (۱۴) بازنویسی می گردد.

$$k(t) = 2k_e(t) = 2k_o(t) \quad \text{رابطه (۱۳)}$$

$$(M + m_\infty)\ddot{z}(t) + \int_0^t k(t-\tau)\dot{z}(\tau)d\tau + \rho g A_b z(t) = f_e(t) + f_{PTO}(t) \quad \text{رابطه (۱۴)}$$

معادله حرکت انتگرال-دیفرانسیلی فوق به رابطه کامینز معروف است که برای شبیه سازی نوسان هیو یک دستگاه جاذب نقطه ای انرژی موج در حوزه زمان به دست آمده است.

به منظور تحلیل معادله حرکت کامینز از رابطه (۱۴)، می توان اثر حافظه سیال را به طور مستقیم و به صورت گسسته در زمان تخمین زد. استفاده از این روش زمان بر بوده و امکان پیاده سازی

معادله حرکت به کمک ابزارهای شبیه ساز عددی همچون سیمولینک در نرم افزار متلب وجود ندارد. روش متداولی که برای نمایش سیستم های خطی در حوزه زمان به کار می رود، استفاده از مدل فضا-حالت است. لذا اثر حافظه سیال بر اساس یک مدل فضا-حالت تک ورودی-تک خروجی به صورت زیر تخمین زده می شود:

$$\begin{cases} \dot{X}(t) = AX(t) + Bu(t) \\ y(t) = CX(t) \approx \int_0^t k(t-\tau)\dot{z}(\tau)d\tau \end{cases} \quad \text{رابطه (۱۵)}$$

در رابطه (۱۵) $X(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T$ بردار حالت، $u(t)$ تحریک ورودی متناظر با سرعت نوسان هیو دستگاه و $y(t)$ خروجی مورد نظر در پاسخ به تحریک ورودی است. همچنین ماتریس های ثابت A ، B و C به ترتیب

ماتریس حالت با ابعاد $n \times n$ ، ماتریس ورودی با ابعاد $n \times 1$ و ماتریس خروجی با ابعاد $1 \times n$ هستند. جواب عمومی معادله دیفرانسیل معمولی (۱۵) بر حسب خروجی $y(t)$ به صورت رابطه (۱۶) است.

$$y(t) = Ce^{At}X(t) + C \int_0^t e^{A(t-\tau)}Bu(\tau)d\tau \quad \text{رابطه (۱۶)}$$

با فرض شرط اولیه $X(0) = 0$ ، تابع پاسخ ضربه برابر است با:

$$k(t) = Ce^{At}B \quad \text{رابطه (۱۷)}$$

انجام تبدیل لاپلاس از رابطه فوق به ما کمک می کند تابع جایگزینی را پیدا کنیم که تحلیل رفتار تابع پاسخ ضربه را آسان تر می کند. بنابراین با انجام تبدیل لاپلاس رابطه ۱۸ را خواهیم

داشت. در رابطه (۱۸) I ماتریس یکه است. علاوه بر این، اگر تبدیل لاپلاس اثر حافظه سیال را بنویسیم، رابطه (۱۹) را به دست می آوریم.

$$K(s) = C(sI - A)^{-1}B \quad \text{رابطه (۱۸)}$$

$$L\left\{\int_0^t k(t-\tau)\dot{z}(\tau)d\tau\right\} = K(s)Z(s) \quad \text{رابطه (۱۹)}$$

تا ۳ رادیان بر ثانیه و برای تعداد ۸۰ فرکانس در نظر گرفته شده است. در این نرم افزار، عملیات مش بندی با توجه به سبک بودن شبکه، به صورت خودکار انجام گرفته است. حداکثر اندازه المان ها، تراکم مش بندی و الگوریتم مورد استفاده جهت مش بندی با توجه به شکل هندسی ساده تو سط نرم افزار بگونه ای بهینه در نظر گرفته شده است که میزان خطای مجاز مش بندی بیش از ۰/۶ برابر اندازه بزرگترین المان نباشد. لذا حداکثر اندازه المان بر اساس بیشترین فرکانس تحلیل انتخاب شده است.

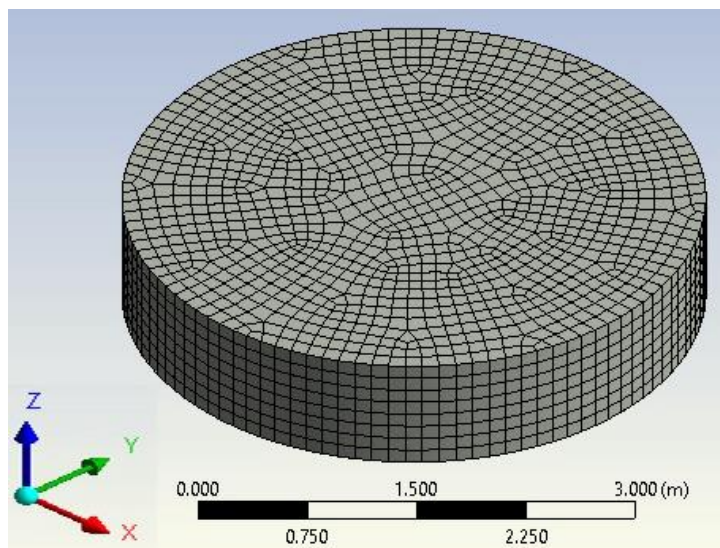
با استفاده از ضرایب هیدرودینامیکی به دست آمده، یک تابع انتقال منطقی با روش رگرسیون در حوزه فرکانس برای سیستم تخمین زده شده است. البته روش های مختلفی برای تخمین تابع انتقال بر اساس رگرسیون وجود دارد. در این مقاله روش حداقل مربعات (LS) برای یک سیستم تک ورودی-تک خروجی انتخاب شده است. اگر تابع انتقال را به صورت رابطه (۲۰) در نظر بگیریم (Taghipour et al., 2008)، بردار ضرایب آن به صورت رابطه (۲۱) تعریف می شود.

$$\hat{K}(s, \theta) = \frac{P(s, \theta)}{Q(s, \theta)} = \frac{p_m s^m + p_{m-1} s^{m-1} + \dots + p_1 s + p_0}{s^n + q_{n-1} s^{n-1} + \dots + q_1 s + q_0} \quad \text{رابطه (۲۰)}$$

$$\theta = [p_m, \dots, p_0, q_{n-1}, \dots, q_0]^T \quad \text{رابطه (۲۱)}$$

در رابطه ی (۱۹) $K(s)$ یک تابع انتقال است که به ازای $s = i\omega$ معادل تابع پاسخ فرکانسی یا همان امپدانس نیروی تابش دستگاه است. با توجه به تبدیلات لاپلاس در روابط (۱۶) و (۱۷)، رابطه میان تابع انتقال و مدل فضا-حالت مشخص شده است. بنابراین با تعیین پارامترهای هیدرودینامیکی بویه و سپس شناسایی یک تابع انتقال منطقی می توان آن را به یک مدل فضا-حالت تبدیل کرد. در این مقاله برای شناسایی تابع انتقال، روش رگرسیون در حوزه فرکانس انتخاب شده است.

به منظور تعیین پارامترهای هیدرودینامیکی، در این پژوهش، یک بویه استوانه ای شناور مفروض به شعاع $r = 2m$ ، آبخور $dr = 1.5m$ و ارتفاع $h = 3m$ انتخاب شده و پارامترهای هیدرودینامیکی مربوط به آن با استفاده از ماژول AQWA واقع در بسته نرم افزاری ANSYS به دست آمده است (شکل ۲). بویه در ناحیه ای به عمق ۲۵ متر قرار دارد. از آنجا که بویه استوانه ای حول محور قائم خود تقارن دارد، موج برخوردی به بویه تنها در یک جهت در نظر گرفته شده است. بازه فرکانس تحلیل، از ۰/۰۵



شکل ۲ - بویه استوانه ای شناور جهت تحلیل در AQWA

Fig. 2- Circular cylindrical floating buoy, modeled in AQWA

اهمیت دارد. لذا به منظور شناسایی سیستم ابتدا حداقل مرتبه n و درجه نسبی $n-m$ تابع انتقال تعیین شده است. طبق قضیه مقدار اولیه، اگر $K(s)$ تبدیل لاپلاس پاسخ ضربه $k(t)$ باشد آنگاه مقدار اولیه پاسخ ضربه به صورت رابطه (۲۲) خواهد بود (Falnes and Kurniawan, 2020).

$$\lim_{t \rightarrow 0} k(t) = \lim_{s \rightarrow \infty} sK(s) = s \frac{p_m s^m}{s^n}$$

رابطه (۲۲)

گوس-نیوتن حل نمود. اما شرط اولیه همیشه در دسترس ناست. Koerner و Sanathanan (1963) یک تقریب خطی اصلاح شده از رابطه (۲۱) ارائه دادند که بر اساس آن، چند جمله‌ای Q مربوط به هر مرحله تکرار، یک ضریب وزنی برای تکرار مرحله بعد است. بنابراین رابطه (۲۳) به صورت رابطه (۲۴) ساده شده است.

$$\theta^* = \min_{\theta} \sum_i w_i \left| K(j\omega_i) - \frac{P(j\omega_i, \theta)}{Q(j\omega_i, \theta)} \right|^2$$

$$\theta_k = \min_{\theta} \sum_i s_{i,k} |Q(j\omega_i, \theta)H(j\omega_i) - P(j\omega_i, \theta)|^2$$

رابطه (۲۴)

در رابطه (۲۴):

$$s_{i,k} = \frac{1}{|Q(j\omega_i, \theta_{k-1})|^2}$$

رابطه (۲۵):

تا جایی ادامه یافته است که بهترین برازش حاصل شده است. در شکل ۳، فرآیند کلی شناسایی مدل نیروی تابش تا تحلیل سیستم نشان داده شده است.

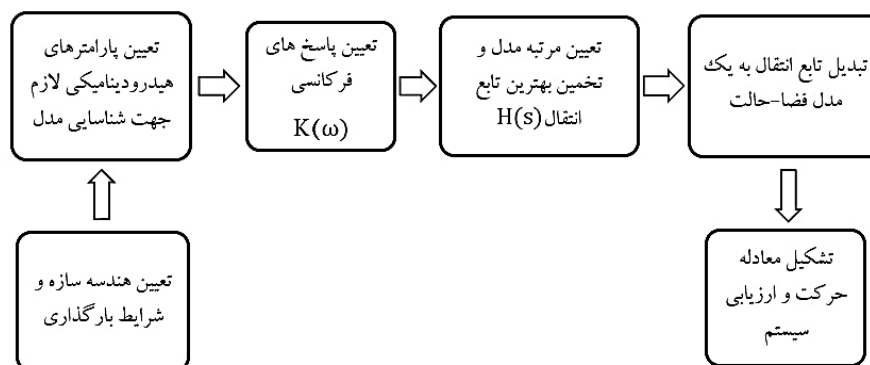
در رابطه (۲۰)، به ریشه‌های چند جمله‌ای صورت صفرهای سیستم و به ریشه‌های چند جمله‌ای مخرج قطب‌های سیستم گفته می‌شود. همچنین درجه چند جمله‌ای مخرج n ، مرتبه سیستم است که برابر با بزرگترین مرتبه مشتق پاسخ سیستم است. به اختلاف درجه چند جمله‌ای صورت و مخرج یعنی $n-m$ درجه نسبی گفته می‌شود که در تعیین مقدار اولیه پاسخ ضربه

حد فوق تنها در صورتی صفر نخواهد شد که $m = n-1$. بنابراین، درجه نسبی سیستم برابر با ۱ و حداقل مرتبه تابع انتقال برابر با ۲ است. با توجه به این نتایج، ضرایب تابع انتقال با روش حداقل مربعات تخمین زده شده است. این روش در حالت غیر خطی به صورت رابطه (۲۳) بیان می‌شود (Pollard and Radchenko, 2006).

در رابطه‌ی (۲۳) بردار ضرایب وزنی است. با داشتن یک شرط اولیه برای پارامتر θ ، رابطه بهینه سازی فوق را می‌توان با استفاده از الگوریتم‌های

رابطه (۲۳)

معمولاً فرآیند تکرار از $s_{i,1} = 1$ شروع شده و پس از چندین تکرار خواهیم داشت $\theta_k = \theta^*$. در این مرحله $Q(j\omega_i, \theta_k) \approx Q(j\omega_i, \theta_{k-1})$ است. تخمین تابع انتقال از پایین ترین مرتبه (مرتبه ۲) آغاز شده و افزایش مرتبه



شکل ۳- فرآیند شناسایی مدل فضا-حالت برای نیروی تابش در یک سیستم تحلیلی

Fig. 3- Identification procedure of the identification of a state-space model for radiation force in a linear system

۳. نتایج

در این مقاله، با کد نویسی در نرم افزار متلب، یک جعبه ابزار تهیه شده است. با استفاده از این جعبه ابزار، اثر حافظه سیال در معادله حرکت سیستم با یک مدل فضا-حالت جایگزین شده است. بر این اساس، معادله حرکت سیستم در حوزه زمان تحلیل شده و صحت نتایج با استفاده از ابزار شبیه سازی موجود در نرم افزار متلب به نام سیمولینک بررسی شده است.

ابزار کد نویسی شده در نرم افزار متلب دارای یک تابع اصلی است که ابتدا با فراخوانی یک تابع فرعی، داده‌های مورد نیاز جهت شناسایی مدل را جمع آوری می‌کند. این داده‌ها شامل بردار ضرایب جرم افزوده $m(\omega)$ ، بردار ضرایب مقاومت تابش $R(\omega)$ و بردار فرکانس‌هایی است که ضرایب هیدرودینامیکی در آنها محاسبه شده‌اند. در شکل ۴ پارامترهای هیدرودینامیکی برای فرکانس‌های مورد نظر نشان داده شده است. سپس یک تابع انتقال با حداقل مرتبه ممکن از روش رگرسیون در حوزه فرکانس برای سیستم شناسایی شده است. در شکل ۵ نتایج برازش تابع انتقال شناسایی شده روی مقادیر مطلق و فاز تابع پاسخ فرکانسی برای بویه استوانه‌ای مفروض نشان داده شده است. همان‌طور که

ملاحظه می‌گردد، مدل فضا-حالت شناسایی شده از دقت کافی برخوردار است. علاوه بر این، مقدار مطلق تابع پاسخ فرکانسی در مقیاس لگاریتمی و بر حسب دسی بل $(20 \log_{10} |K(\omega)|)$ در برابر فرکانس رسم شده است. در رشته مهندسی برق و کنترل به این دو نمودار، نمودارهای بود (Bode plots) گفته می‌شود. مزیت رسم نمودارهای بود برای نتایج پاسخ فرکانسی آنست که با بررسی این نمودارها می‌توان مرتبه و درجه نسبی تابع انتقال برازش داده شده را در مجانب‌های افقی این دو نمودار یعنی $\omega \rightarrow 0$ و $\omega \rightarrow \infty$ تحقیق کرد.

تخمین تابع انتقال با استفاده از تابع *invfreqs* در جعبه ابزار پردازش سیگنال متلب انجام شده است. این تابع با استفاده از نتایج پاسخ فرکانسی در بازه فرکانس مورد نظر، بردارهای ضرایب صورت و مخرج تابع انتقال را با روش خطی حداقل مربعات به دست می‌دهد. بردار ضرایب به دست آمده برای صورت و مخرج تابع انتقال با روش رگرسیون در حوزه فرکانس به صورت زیر است. به طوری که K_{num} بردار ضرایب صورت و K_{den} بردار ضرایب مخرج تابع انتقال است.

$$K_{num} = 1.0e + 04 \times \{0.5909 \quad 3.4965 \quad 4.2754 \quad 0.5745 \quad 0\}$$

$$K_{den} = \begin{Bmatrix} 1.0000 & 4.0781 & 11.5088 & 14.0542 & \dots \\ 10.0633 & 0.8091 & & & \end{Bmatrix}$$

حالت متناظر با آن تبدیل گردیده است. بنابراین، ماتریس‌های ثابت A ، B و C در مدل فضا-حالت به صورت زیر به دست آمده‌اند:

$$A = \begin{bmatrix} -4.0781 & -11.5088 & -14.0542 & -10.0633 & -0.8091 \\ 1.0000 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.0000 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.0000 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B = [1.0000 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0]^T$$

$$C = [5909 \quad 34965 \quad 42754 \quad 5745 \quad 0]$$

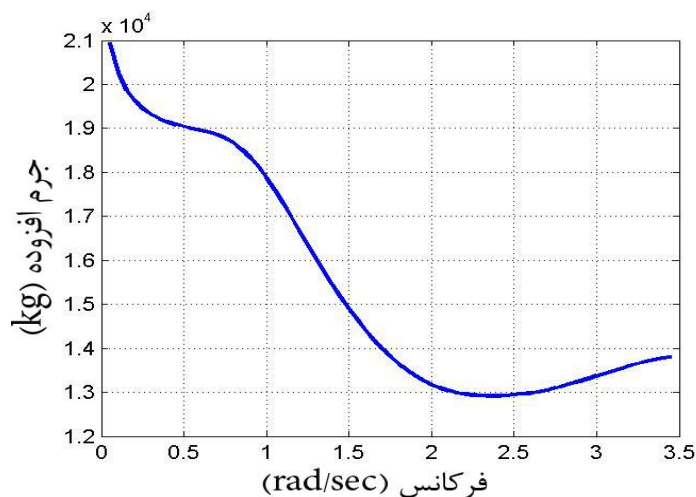
دوز نقه تخمین زده شده است. در این روش، بازه $\omega = 0.05 \sim 4 (rad/sec)$ ، برای تعداد ۸۰ فرکانس با گام $\Delta\omega = 0.05 (rad/sec)$ انتخاب شده است. حد بالای t پس از همگرایی مقدار $k(t)$ به سمت صفر انتخاب شده است.

ضرایب به دست آمده از تابع انتقال شناسایی شده، توسط تابع دیگری در جعبه ابزار پردازش سیگنال به نام $tf2ss$ ، به مدل فضا-

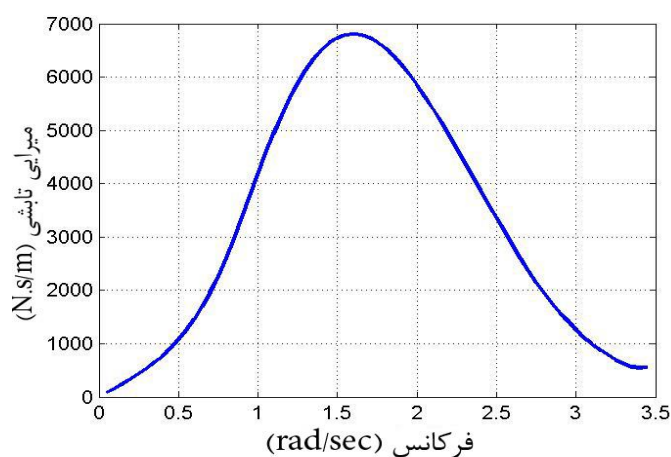
در شکل ۶، مقادیر حاصل از انتگرال گیری مستقیم از تابع پاسخ ضربه در رابطه (۱۳) با نتایج تبدیل فوری معکوس تابع انتقال شناسایی شده مقایسه شده است. لازم به ذکر است مقادیر تابع پاسخ ضربه (هسته انتگرال پیچش) به طور مستقیم از روش

با تخمین مسئله تابش برای نوسان هیو دستگاه در حوزه زمان، می‌توان مدل مورد نظر را در سیمولینک مورد تحلیل و ارزیابی قرار داد.

این مقدار در نمودار شکل ۴، برابر با ۶ ثانیه تعیین شده است. همان‌گونه که ملاحظه می‌گردد؛ تابع انتقال شناسایی شده دقت قابل قبولی داشته و می‌توان مدل فضا-حالت متناظر با آن را جایگزین انتگرال کانولوشن در معادله حرکت کامینز نمود. بنابراین،



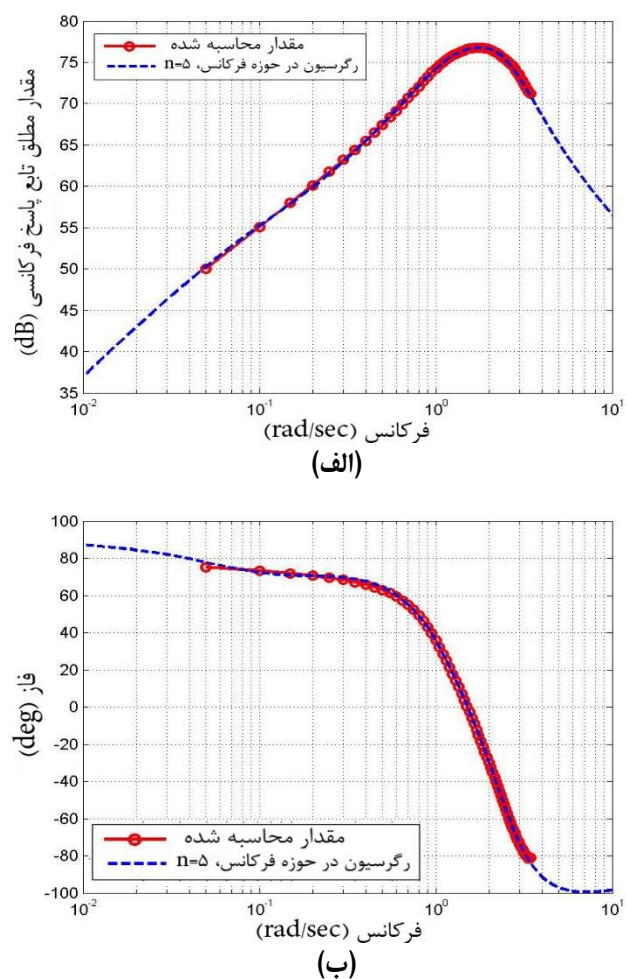
(الف)



(ب)

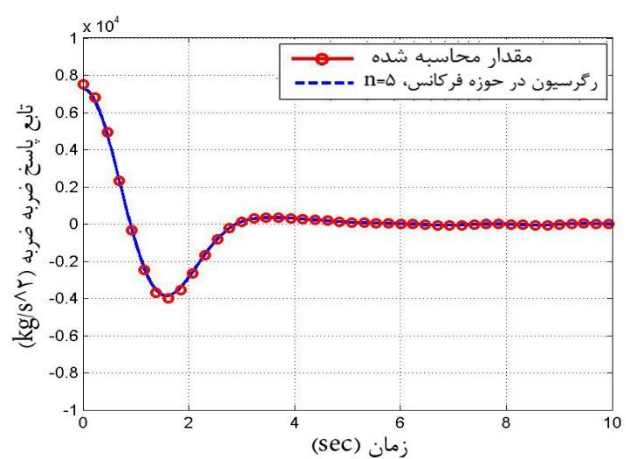
شکل ۴- ضرایب هیدرودینامیکی برای نوسان هیو بویه استوانه‌ای (الف) جرم افزوده (ب) مقاومت تابش ($r=2m$, $dr=1.5m$, $h=3m$)

Fig. 4- Hydrodynamic coefficients for a cylindrical heaving buoy. a) added mass b) radiation damping ($r=2m$, $dr=1.5m$, $h=3m$)



شکل ۵- شناسایی تابع انتقال با استفاده از (الف) مقدار مطلق (ب) فاز تابع پاسخ فرکانسی $K(\omega)$.

Fig. 5- Identification of a rational transfer function using a) absolute value, b) phase of the FRF



شکل ۶- شناسایی تابع انتقال به کمک تابع پاسخ ضربه $k(t)$.

Fig. 6- Identification of the transfer function using the calculation of the IRF

یک مبدل انرژی موج بدست نمی‌دهد. حال آنکه مدل مورد نظر در ای پژوهش، امکان پیاده سازی و تحلیل یک سیستم ساده با توجه به شرای خاص منطقه را فراهم می‌نماید تا اثرات غیر خطی از جمله مهاربندی، آسان تر و با دقت بیشتر مورد تحلیل قرار گیرد.

۴. بحث و نتیجه گیری

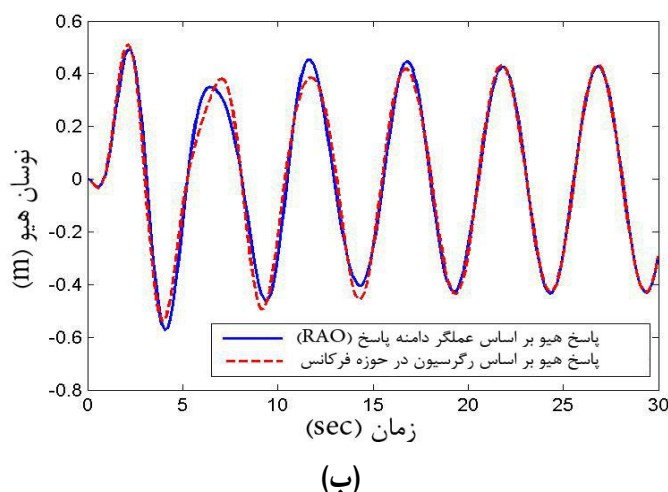
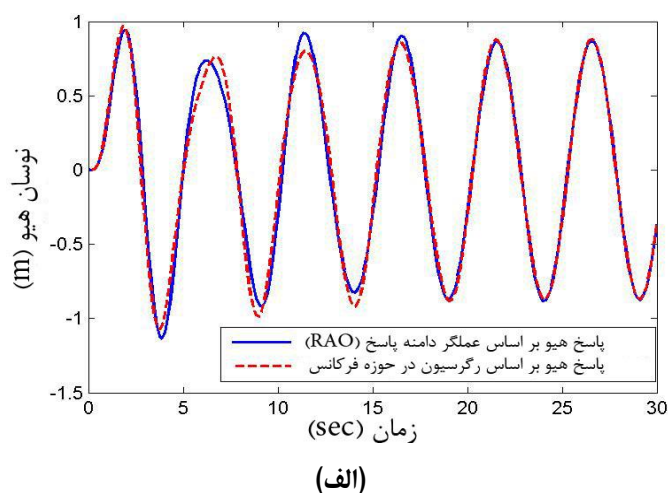
در این مقاله یک مدل متن-باز برای تخمین نیروی تابش در نوسان هیو یک دستگاه جاذب نقطه ای انرژی موج ارائه شده است. ابتدا معادله حرکت انتگرال-دیفرانسیلی کامینز در حوزه زمان برای دستگاه تحلیل شده است. در این معادله، عبارت مربوط به نیروی تابش که اثر حافظه سیال خوانده می‌شود، بر حسب یک مدل خطی فضا-حالت بیان شده است. سپس این موضوع مطرح شده است که چگونه می‌توان دقت مدل فضا-حالت جایگزین را ارزیابی کرد. بدین منظور با کدنویسی در نرم افزار متلب، یک مدل متن-باز تهیه شده است. این مدل با استفاده از ضرایب هیدرودینامیکی به دست آمده از یک نرم افزار المان مرزی، یک تابع انتقال منطقی برای سیستم شناسایی کرده است که امکان استفاده تا ۶ درجه آزادی را فراهم می‌نماید. فرآیند شناسایی با یک روش رگرسیون در حوزه فرکانس انجام شده است. سپس به منظور ارزیابی دقت تابع انتقال شناسایی شده، آن را روی تابع پاسخ فرکانسی سیستم برازش داده ایم. نتایج این برازش، قابلیت استفاده از تابع انتقال شناسایی شده را تأیید می‌کند. در نهایت، بهترین تابع انتقال به دست آمده به یک مدل فضا-حالت تبدیل شده و در معادله حرکت سیستم جایگذاری شده است. بر این اساس، نوسان هیو دستگاه با استفاده از ابزار سیمولینک تحت دو موج هارمونیک شبیه سازی شده و با نوسان هیو دستگاه بر اساس عملگر دامنه پاسخ مقایسه شده است.

نتایج نشان می‌دهد مدل ارائه شده ضمن تأمین پایداری سیستم، با انجام محاسبات نه چندان طولانی تخمین قابل قبولی از نیروی تابش در معادله حرکت بویه نوسانگر ارائه داده است. علاوه بر این، با توجه به سادگی در طرح ارائه شده و همچنین در نظر گرفتن شرایط موج در فراساحل خلیج فارس، این امکان فراهم می‌شود تا ضمن پیشبرد تحقیقات در زمینه سیستم های نوسانی و بطور خاص مبدل های انرژی موج، اثرات غیر خطی از جمله مهاربندی را آسان تر و با دقت بیشتری مورد تحلیل قرار داد.

پس از تأیید دقت مدل فضا-حالت، پاسخ دستگاه در حوزه زمان و در مود هیو به دست آمده است. این کار با استفاده از ابزار شبیه سازی موجود در نرم افزار متلب به نام سیمولینک انجام شده است. سیمولینک یک ابزار شبیه سازی همراه با نرم افزار متلب است که با استفاده از آن می‌توان رفتار یک سیستم را بدون نیاز به ساختن آن تحلیل نمود. در مدل ساخته شده توسط سیمولینک، نیروی تحریک موج به عنوان ورودی در اختیار مدل قرار گرفته و پاسخ سازه در مود نوسان هیو به عنوان خروجی مدل است. در شکل ۷ نوسان هیو دستگاه از رابطه (۱۰) بر اساس عملگر دامنه پاسخ با نوسان هیو دستگاه بر اساس نتایج شناسایی مدل فضا-حالت تحت دو موج منظم با فرکانس های $2(rad/sec)$ و $\omega = 1.25$ و دامنه $A = 1m$ مقایسه شده است.

در هر دو نمودار، معادله دیفرانسیل معمولی به روش مرتبه چهارم رانج-کوتا و با گام زمانی ثابت $\Delta t = 0.15sec$ حل شده است. شرایط اولیه برای سرعت حرکت و پاسخ دستگاه برابر با صفر است تا پاسخ دستگاه از حالت سکون بررسی شود. نتایج پاسخ هارمونیک دستگاه نشان می‌دهد که شبیه سازی سیستم در حوزه زمان با استفاده از نتایج مدل فضا-حالت شناسایی شده از تقریب قابل قبولی برخوردار است. بنابراین، با استفاده از ابزار کدنویسی شده در نرم افزار متلب، به راحتی می‌توان عبارت کانولوشن در معادله حرکت انتگرال-دیفرانسیلی کامینز را با یک مدل فضا-حالت مطلوب جایگزین نمود.

خاطر نشان می‌گردد که پاسخ دینامیکی دستگاه جاذب نقطه ای به تحریک هارمونیک در نوسان هیو با استفاده از دو روش عملگر دامنه پاسخ و همچنین تحلیل معادله حرکت کامینز، نشان می‌دهد نتایج تحلیل حوزه زمان مطابقت خوبی با نتایج حوزه فرکانس دارد. لذا به منظور بررسی بیشتر اثرات هندسه بویه جاذب و میرایی سیستم انتقال توان بر عرض جذب، می‌توان از تحلیل آسان تر حوزه فرکانس به جای تحلیل حوزه زمان استفاده کرد. تحلیل های مشابه همچون پژوهش های Taghipour et al. (2008)، Piscopo et al. (2016) و همچنین Yang et al. (2019) در حوزه های مختلفی مانند تحلیل سیستم های دریایی، هیدرودینامیک و سیستم های کنترل حرکت کاربرد دارند که اثر حافظه سیال در معادله حرکت کشتی عموماً با استفاده از یک مدل فضا-حالت تخمین زده شده است. این پژوهش با تمرکز بر روی سری زمانی حرکات شناورها در فرکانس های مشخص، تنها به تحلیل حرکت کشتی پرداخته و اطلاعاتی از شرایط تحلیل خاص



شکل ۷- پاسخ حرکت بویه نوسانی تحت موج هارمونیک با دامنه $A = 1m$ و فرکانس (الف) $\omega = 1.25$ (ب)

$$\omega = 2 \text{ (rad/sec)}$$

Fig.7- Time histories of heaving buoy motion: system identification results and heave response using RAO

References:

- Cruz, J., 2008. *Ocean wave energy* (Vol. 144, pp. 2451-2460). Berlin: Springer.
- Engström, J., Göteman, M., Eriksson, M., Bergkvist, M., Nilsson, E., Rutgersson, A. and Strömstedt, E., 2020. Energy absorption from parks of point-absorbing wave energy converters in the Swedish exclusive economic zone. *Energy Science & Engineering*, 8(1), pp.38-49. Doi: 10.1002/ese3.507.
- Eriksson, M., Isberg, J. and Leijon, M., 2005. Hydrodynamic modelling of a direct drive wave energy converter. *International Journal of Engineering Science*, 43(17-18), pp.1377-1387. Doi: 10.1016/j.ijengsci.2005.05.014
- Eriksson, M., Waters, R., Svensson, O., Isberg, J. and Leijon, M., 2007. Wave power absorption: Experiments in open sea and simulation. *Journal of Applied Physics*, 102(8). Doi: 10.1063/1.2801002
- Falnes, J. and Kurniawan, A., 2020. *Ocean waves and oscillating systems: linear interactions including wave-energy extraction* (Vol. 8). Cambridge university press.
- Li, Y. and Yu, Y.H., 2012. A synthesis of numerical methods for modeling wave energy converter-point absorbers. *Renewable and*

- Sustainable Energy Reviews*, 16(6), pp.4352-4364. Doi: 10.1016/j.rser.2011.11.008
- Ljung, L., 2010. Perspectives on system identification. *Annual Reviews in Control*, 34(1), pp.1-12. Doi: 10.1016/j.arcontrol.2009.12.001
- Medeiros, J.S.D. and Brizzolara, S., 2018. Mathematical Framework for Hydromechanical Time-Domain Simulation of Wave Energy Converters. *Mathematical Problems in Engineering*, 2018(1), p.1710253. Doi: 10.1155/2018/1710253.
- Nolte, J.D. and Ertekin, R.C., 2014. Wave power calculations for a wave energy conversion device connected to a drogue. *Journal of Renewable and Sustainable energy*, 6(1). Doi: 10.1063/1.4862785
- Piscopo, V., Benassai, G., Cozzolino, L., Della Morte, R. and Scamardella, A., 2016. A new optimization procedure of heaving point absorber hydrodynamic performances. *Ocean Engineering*, 116, pp.242-259. Doi: 10.1016/j.oceaneng.2016.03.004.
- Pollard, D. and Radchenko, P., 2006. Nonlinear least-squares estimation. *Journal of Multivariate Analysis*, 97(2), pp.548-562. Doi: 10.1016/j.jmva.2005.04.002
- Sanathanan, C. and Koerner, J., 1963. Transfer function synthesis as a ratio of two complex polynomials. *IEEE transactions on automatic control*, 8(1), pp.56-58. Doi: doi: 10.1109/TAC.1963.1105517.
- Sarpkaya, T., 2010. *Wave forces on offshore structures*. Cambridge university press.
- Taghipour, R., Perez, T. and Moan, T., 2008. Hybrid frequency-time domain models for dynamic response analysis of marine structures. *Ocean Engineering*, 35(7), pp.685-705. Doi: 10.1016/j.oceaneng.2007.11.002
- Xiao, H., Liu, Z., Zhang, R., Kelham, A., Xu, X. and Wang, X., 2021. Study of a novel rotational speed amplified dual turbine wheel wave energy converter. *Applied Energy*, 301, p.117423.
- Yang, S., He, H., Chen, H., Wang, Y., Li, H. and Zheng, S., 2019. Experimental study on the performance of a floating array-point-raft wave energy converter under random wave conditions. *Renewable Energy*, 139, pp.538-550. Doi: 10.1016/j.renene.2019.02.093
- Zhou, B., Hu, J., Sun, K., Liu, Y. and Collu, M., 2020. Motion response and energy conversion performance of a heaving point absorber wave energy converter. *Frontiers in Energy Research*, 8, p.553295. Doi: 10.3389/fenrg.2020.553295